



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

---

DIPARTIMENTO DI FISICA

Corso di Laurea Triennale in Fisica

# Messa a punto di un modulatore di luce per il controllo di impulsi ultracorti

Laureando:  
Enrico Maria Rigoni

Relatore:  
Prof. Daniele Fausti  
Correlatore:  
Dott. Filippo Glerean

---

ANNO ACCADEMICO 2017-2018



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Introduzione teorica al pulse shaping</b>	<b>6</b>
2.1	Impulso di luce ultracorto . . . . .	6
2.2	Pulse shaping: generalità . . . . .	8
2.3	Linea 4f: principio di funzionamento . . . . .	9
2.3.1	Reticolo di diffrazione . . . . .	10
2.3.2	Lenti cilindriche . . . . .	11
2.3.3	Spatial Light Modulator (SLM) . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Design, costruzione e ottimizzazione dell'Hardware</b>	<b>13</b>
3.1	Design . . . . .	13
3.2	Descrizione del setup sperimentale . . . . .	15
3.3	Ottimizzazione della linea 4f . . . . .	18
3.3.1	Distanza SLM-lente . . . . .	18
3.3.2	Distanza lente-reticolo . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Messa a punto dello strumento</b>	<b>19</b>
4.1	Software: generazione dei pattern . . . . .	19
4.2	Calibrazione del periodo del reticolo . . . . .	21
4.3	Calibrazione della fase dei cristalli . . . . .	23
4.3.1	Fit calibrazione di fase . . . . .	23
4.4	Calibrazione di frequenza . . . . .	25
4.4.1	Fit calibrazione di frequenza . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Applicazioni sperimentali</b>	<b>29</b>
5.1	Fase lineare: impulso ritardato . . . . .	29
5.2	Fase quadratica: impluso chirpato . . . . .	31
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>33</b>
<b>7</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>35</b>

# 1 Introduzione

A partire dalla loro invenzione negli anni '60, l'impiego di sorgenti laser ha rivoluzionato la fisica sperimentale, in particolare la spettroscopia. Lo sviluppo di laser impulsati ha successivamente reso possibile effettuare studi con elevata risoluzione temporale.

In conseguenza al principio di indeterminazione di Heisenberg, a un'elevata localizzazione in tempo corrisponde un allargamento della distribuzione energetica. Ovvero, un impulso è descritto da un pacchetto di diverse lunghezze d'onda, ciascuna con ampiezza e fase caratteristiche. Le tecniche di *pulse shaping* consistono nel modulare la forma dell'impulso attraverso il controllo di queste proprietà.

Tale approccio ha numerose applicazioni nella spettroscopia ultraveloce, oltre che nella fisica ad alte energie e nelle fibre ottiche non lineari.

Le tecniche spettroscopiche definite *ultraveloci*, campo nel quale si collocano gli argomenti di questa tesi, fanno uso di impulsi ultracorti con una durata dell'ordine di *pico* e *femtosecondi* ( $10^{-12}/10^{-15}s$ ).

L'obiettivo di questa tesi è illustrare la messa a punto di un modulatore di impulsi ultracorti basato sull'impiego di un modulatore di luce spaziale a cristalli liquidi (LC-SLM). Ciò è realizzato attraverso la progettazione, costruzione e messa a punto dello strumento e del sistema di controllo e acquisizione dati.

Nella sezione 2 si introducono gli elementi teorici utili a comprendere e formalizzare il processo di *pulse shaping*. Si descrive il generico impulso ultracorto in termini di ampiezza e fase spettrale. Con questi concetti si spiega il processo di *pulse shaping*, confrontando il formalismo astratto con il ruolo degli elementi presenti nell'apparato sperimentale.

Segue la sezione 3 dov'è presentata la progettazione del setup. Qui sono analizzate le specifiche tecniche necessarie per rispettare le esigenze di compattezza e risoluzione. Viene quindi spiegata la struttura fisica dell'apparato, con le ottiche che lo compongono e le loro funzioni, per poi chiudere con un paragrafo dedicato alle due misure di ottimizzazione del setup.

La sezione successiva (4) riguarda la messa a punto dello strumento: si presenta la componente Software dedicata al controllo dello stesso con una breve panoramica sulle caratteristiche delle immagini inviate all'SLM per generare un reticolo di diffrazione modulabile, per poi concentrarsi sulle tre misure di calibrazione: calibrazione del periodo del reticolo, della fase dei cristalli liquidi e della frequenza dell'impulso. In questa sezione vengono anche presentati dei dati raccolti durante le calibrazioni dello strumento.

La penultima sezione (5) descrive due piccoli esperimenti che sono stati effettuati per testare il funzionamento del *pulse shaper*: il primo prevede l'introduzione di una

fase lineare nell'impulso così da creare un ritardo temporale, mentre il secondo applica all'impulso una fase quadratica che viene poi ricostruita con l'ausilio di un sistema di diagnostica (FROG).

Infine si discutono le conclusioni e si presentano possibili impieghi futuri del modulatore di impulsi ultracorti messo a punto.

## 2 Introduzione teorica al pulse shaping

### 2.1 Impulso di luce ultracorto

Un impulso di luce ultracorto è una modulazione del campo elettromagnetico della durata di *pico* o *femtosecondi*. Un impulso è descritto dal suo campo elettrico  $E(t)$ , la cui espressione risulta essere il prodotto tra una funzione oscillante (*carrier wave*) e un involuppo (*envelope*).

Dall'espressione del campo nel dominio dei tempi molte proprietà dell'impulso non sono facilmente intuibili, e per esplicitarle molto spesso si lavora nel dominio delle frequenze. L'insieme delle frequenze contenute nell'impulso viene chiamato *spettro*.

Le rappresentazioni nei due domini sono legate tra loro dalla *trasformata di Fourier*:

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int E(t)e^{i\omega t} dt \quad (1)$$

Spesso viene utilizzata una rappresentazione complessa del campo, con la quale si identificano una funzione reale di ampiezza  $A(\omega)$  e una di fase  $\psi(\omega)$  che si combinano nella seguente espressione:

$$E(\omega) = A(\omega)e^{i\psi(\omega)} \quad (2)$$

La *fase spettrale*  $\psi(\omega)$  ricopre un ruolo centrale nel determinare la struttura temporale dell'impulso. Per studiare in che modo ciò avvenga, si può espandere la funzione in serie di Taylor e analizzare l'effetto dei singoli termini:

$$\psi(\omega) = \psi_0^{(0)} + \psi_0^{(1)}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\psi_0^{(2)}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\psi_0^{(3)}(\omega - \omega_0)^3 + \dots + \frac{1}{n!}\psi_0^{(n)}(\omega - \omega_0)^n \quad (3)$$

dove

$$\psi_0^{(0)} = \psi(\omega_0) \quad (4)$$

$$\psi_0^{(n)} = \left. \frac{d^n \psi}{d\omega^n} \right|_{\omega_0} \quad (5)$$

Prendendo in esame solo i primi tre elementi della sommatoria:

- il termine di ordine zero  $\psi_0^{(0)}$  viene comunemente chiamato *CEP* (Carrier Envelope Phase) o *fase assoluta*, e rappresenta la fase del campo elettrico in corrispondenza del picco dell'involuppo (figura 1).
- il termine di primo ordine  $\psi_0^{(1)}$  indica un ritardo dell'impulso rispetto ad un'arbitraria origine dei tempi. L'introduzione di un termine lineare nella fase spettrale consente quindi di anticipare o ritardare il pacchetto d'onda.

- il termine  $\psi_0^{(2)}$ , volgarmente detto *chirp*, indica una variazione lineare in frequenza all'interno dell'impulso (figura 2). Ciò comporta un aumento in durata dell'impulso stesso. Si definisce *unchirped* o *Fourier transform limited*<sup>1</sup> il pacchetto d'onda a durata minima. Quest'ultimo in particolare presenta una frequenza di oscillazione costante, data la fase spettrale costante per tutte le frequenze dell'impulso.

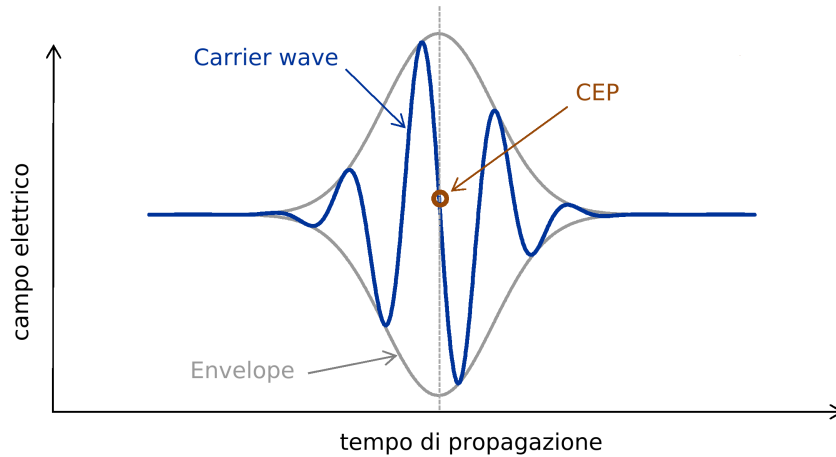


Figura 1: Rappresentazione di un impulso gaussiano nel dominio dei tempi. Si possono distinguere le oscillazioni del campo elettrico (*carrier wave*) all'interno dell'inviluppo (*envelope*). Quest'ultimo è caratterizzato da una certa larghezza a metà altezza  $\Delta t$ , che identifica la durata dell'impulso stesso. Un'analoga rappresentazione può essere fatta nel dominio delle frequenze, determinando una dispersione spettrale  $\Delta\omega$ .

---

<sup>1</sup>Il limite inferiore per la durata di un impulso viene detto *transform limit* o *Fourier transform limit*.

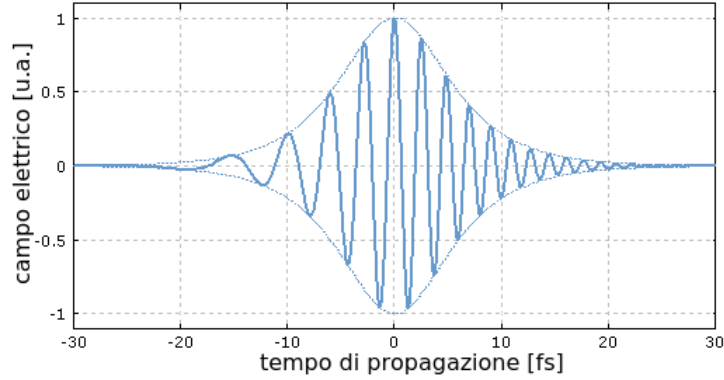


Figura 2: Esempio di impulso con *chirp*; la frequenza di oscillazione del campo elettrico varia linearmente nel tempo (nello specifico diminuisce) provocando un aumento della durata dell'impulso.

## 2.2 Pulse shaping: generalità

Il motivo per cui viene utilizzata la tecnica del *pulse shaping* è quello di ottenere un impulso con caratteristiche differenti da quello di partenza agendo sull'ampiezza e/o sulla fase spettrale. Nel caso di *filtering lineare*<sup>2</sup> e *tempo invariante*<sup>3</sup> si può pensare al *pulse shaper* come ad una funzione che agisce sul campo elettrico in entrata nei seguenti modi:

- nel dominio dei tempi il campo elettrico in uscita  $e_f(t)$  è legato ad una funzione  $h(t)$ , detta *time response*, e al campo di partenza  $e_i(t)$  tramite convoluzione:

$$e_f(t) = e_i(t) \otimes h(t) = \int e_i(t')h(t-t')dt' \quad (6)$$

- nel dominio delle frequenze invece l'espressione che si ottiene è di questo tipo:

$$E_f(\omega) = E_i(\omega)H(\omega) \quad (7)$$

Le funzioni di risposta del *pulse shaper* nel dominio dei tempi e delle frequenze sono legate tra loro rispettivamente da trasformata e antitrasformata di Fourier:

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int H(\omega)e^{-i\omega t}d\omega \quad (8)$$

<sup>2</sup>Il *filtering lineare* è l'azione compiuta da un filtro su un segnale in input dove l'output rispetta la condizione di *linearità*: dati due segnali in ingresso  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  i cui output siano rispettivamente  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , la loro combinazione lineare  $ax_1(t) + bx_2(t)$  produrrà l'output  $ay_1(t) + by_2(t)$ .

<sup>3</sup>L'invarianza temporale implica che un segnale in input all'istante 0 o all'istante  $T$  produca lo stesso segnale in uscita a meno del ritardo temporale  $T$ : sia  $x_1(t)$  con associato output  $y_1(t)$ , allora il segnale  $x_1(t-T)$  produrrà  $y_1(t-T)$ .



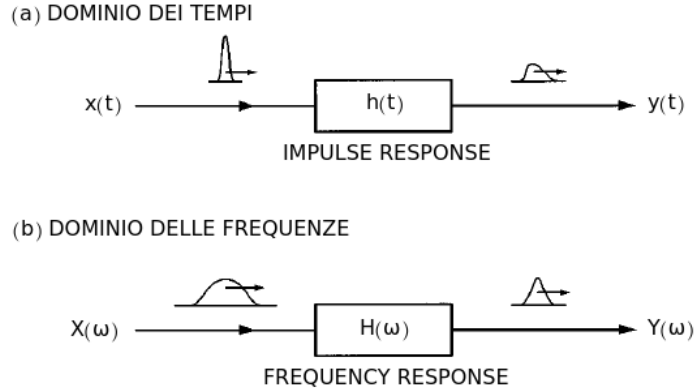


Figura 3: Rappresentazione dell'azione di un *pulse shaper* su un impulso  $x$  in ingresso. Sono riportate sia la rappresentazione nel dominio dei tempi (a) che quella nel dominio delle frequenze (b).

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int h(t) e^{i\omega t} dt \quad (9)$$

### 2.3 Linea 4f: principio di funzionamento

Nel paragrafo 2.2 abbiamo visto a livello astratto come avviene il *pulse shaping*: è necessario ora capire che setup sia in grado di modulare un impulso. La configurazione che viene qui presentata è detta *linea 4f a dispersione nulla*. Questa linea presenta 5 elementi ottici, due *lenti*, due *reticoli di diffrazione* e una *maschera*, che sono intervallati tra loro da una distanza  $f$  (distanza focale): la lunghezza totale del percorso sarà pertanto 4 volte tale distanza.

Il funzionamento della linea è il seguente: il fascio in ingresso viene disperso angularmente dal primo reticolo e le diverse componenti spettrali sono separatamente focalizzate da una lente sulla maschera, che modula ampiezza e/o fase del campo elettrico; nella seconda parte della linea il fascio viene quindi focalizzato dall'altra lente sull'ultimo reticolo, che costituisce la parte terminale del *pulse shaper* (figura 4). L'azione della prima lente è quella di compiere la trasformata di Fourier sull'impulso dal reticolo alla maschera, mentre la seconda agisce come l'antitrasformata dalla maschera al reticolo. Se non è presente alcuna maschera, l'effetto netto delle due lenti sarà nullo e l'impulso in uscita presenterà le stesse caratteristiche di quello in entrata<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Per questo motivo la linea viene detta *a dispersione nulla*.

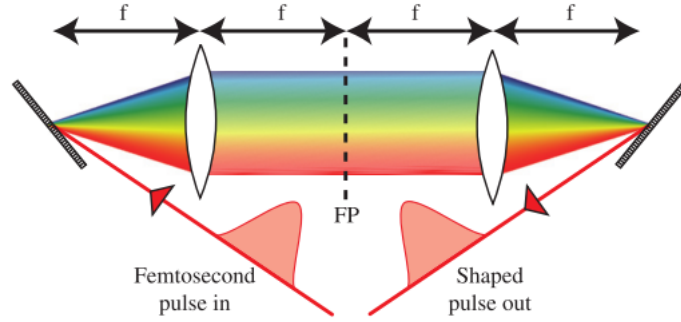


Figura 4: Schema di una linea  $4f$ . L'impulso in entrata viene diffratto dal primo reticolo e focalizzato dalla lente sul piano focale (detto anche *piano di Fourier*, dal momento che su di esso viene prodotta la trasformata di Fourier dell'impulso). Su tale piano è posta la maschera. Lo spettro viene quindi ricombinato, tramite l'azione di lente e reticolo, nell'impulso in uscita.

### 2.3.1 Reticolo di diffrazione

Il reticolo di diffrazione è l'elemento ottico che consente di separare le varie frequenze dell'impulso spazialmente, creando il cosiddetto *space-time coupling*<sup>5</sup>. Il profilo tipico del reticolo, sia che funzioni in riflessione che in trasmissione<sup>6</sup>, è a *dente di sega*, ed è caratterizzato da una periodicità  $d$ . Ricordando che l'angolo di diffrazione è l'angolo rispetto alla normale del piano di incidenza a cui viene diffratta una determinata lunghezza d'onda, l'*equazione del reticolo* (10) mostra come quest'angolo, per i vari ordini, sia dipendente dalla lunghezza d'onda stessa<sup>7</sup> e dal periodo  $d$ :

$$d[\sin(\theta_i) - \sin(\theta_m)] = m\lambda \quad (10)$$

Nell'equazione  $d$  rappresenta il periodo del reticolo,  $\theta_i$  l'angolo di incidenza del fascio,  $\theta_m$  l'angolo di diffrazione dell'*m-esimo* ordine (e pertanto  $m$  indica l'ordine di diffrazione) e infine  $\lambda$  la lunghezza d'onda.

<sup>5</sup>Sul reticolo, ad ogni frequenza viene associata una direzione tramite il vettore d'onda  $k_\omega$ . Successivamente, con la lente cilindrica, ogni frequenza viene identificata da una posizione  $X_\omega$  sul piano di Fourier. In conclusione, la porzione di maschera corrispondente a  $X_\omega$  agisce simultaneamente su  $\omega$  e  $k_\omega$ , determinando l'accoppiamento spazio-tempo.

<sup>6</sup>D'ora in avanti però, dal momento che nel setup sperimentale è stato utilizzato un reticolo in riflessione, trascureremo l'altra tipologia.

<sup>7</sup>Di conseguenza lunghezze d'onda diverse verranno difratte ad angoli diversi.

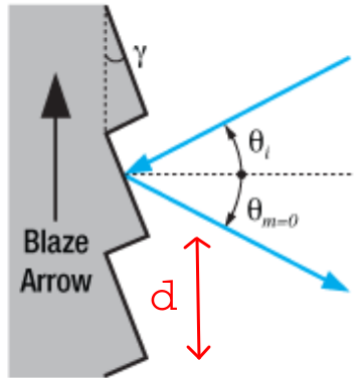


Figura 5: Il profilo del reticolo di diffrazione presenta un andamento a *dente di sega*, anche detto *blazed*: come si evince dall'equazione (10), a fissata lunghezza d'onda, ordine e angolo di incidenza, il periodo  $d$  è il parametro del reticolo che determina l'angolo di diffrazione.

### 2.3.2 Lenti cilindriche

I due elementi di focalizzazione sono solitamente delle lenti cilindriche (che per evitare effetti di aberrazione cromatica possono anche essere sostituite da degli opportuni specchi). Le lenti sono caratterizzate da una distanza focale  $f$  che determina l'architettura dell'intera linea<sup>8</sup>: è infatti necessario che il piano focale su cui il fascio focalizza sia in corrispondenza del reticolo, mentre quello su cui si genera la trasformata di Fourier coincida con la posizione della maschera (questo piano viene anche detto *piano di Fourier*). Confrontando la funzione delle due lenti, la prima rende parallelo il moto di tutte le frequenze disperse per avere un fascio uniforme sul piano di Fourier mentre la seconda focalizza il fascio in uscita sul reticolo di diffrazione.

### 2.3.3 Spatial Light Modulator (SLM)

L'elemento cardine della linea  $4f$ , per quanto riguarda la modulazione vera e propria dell'impulso, è la maschera. Se questa non viene impiegata, l'impulso in uscita sarà uguale a quello in entrata: tale proprietà determina l'appellativo di linea a *dispersione nulla*.

La funzione della maschera è quella di creare risposte ottiche indipendenti e in generale diverse per le varie frequenze, in modo tale da modulare l'impulso.

<sup>8</sup>Come visto nella parte iniziale del paragrafo 2.3.

Procedendo nell'analisi, una prima distinzione può essere fatta tra maschere *fisse* e *dinamiche*: le prime sono per l'appunto statiche e hanno un range di applicabilità abbastanza ristretto; le seconde presentano un grado di complessità maggiore, che le consentono però di essere più eclettiche: tra le varie tipologie, verrà analizzato il *Liquid Crystal Spatial Light Modulator*, comunemente abbreviato in SLM.

La struttura dell'SLM è quella di uno schermo a cristalli liquidi suddiviso in pixel: ogni pixel è costituito da un sottile strato di liquido nematico<sup>9</sup> racchiuso tra due elettrodi. I cristalli sono schematizzabili come delle piccole aste che, in assenza di una differenza di potenziale applicata agli elettrodi, sono orientate parallelamente allo schermo. Nel momento in cui viene applicato un voltaggio, i cristalli tendono ad allinearsi al campo elettrico: tanto più il campo è intenso, quanto più i cristalli si allineano lungo la sua direzione (figura 6). Si definisce *fase* dei cristalli l'angolo a cui si orientano rispetto alla condizione *a riposo*: tale fase determina una variazione della *birifrangenza* del mezzo, e come conseguenza una variazione del cammino ottico.

Un problema intrinseco all'SLM è quello che viene comunemente chiamato *pixelizzazione*: poiché lo schermo è suddiviso in pixel, esiste una minima distanza a cui si possono applicare delle risposte diverse. Ciò crea un limite per la risoluzione in frequenza.

L'immagine, o *pattern*, che viene visualizzato dall'SLM è tale da risultare in un reticolo di diffrazione. Rispetto al reticolo fisico, quello prodotto con un *pattern* ha il vantaggio di essere programmabile: si può pertanto controllare a piacimento il periodo, l'ampiezza massima e la fase di ogni regione dello schermo. Alcune delle misure di calibrazione (paragrafo 4.3) servono appunto per regolare questi parametri.

---

<sup>9</sup>Il termine *nematico* indica un tipo di cristalli liquidi che presentano un determinato ordine nell'orientazione delle molecole ma non nella posizione delle stesse.

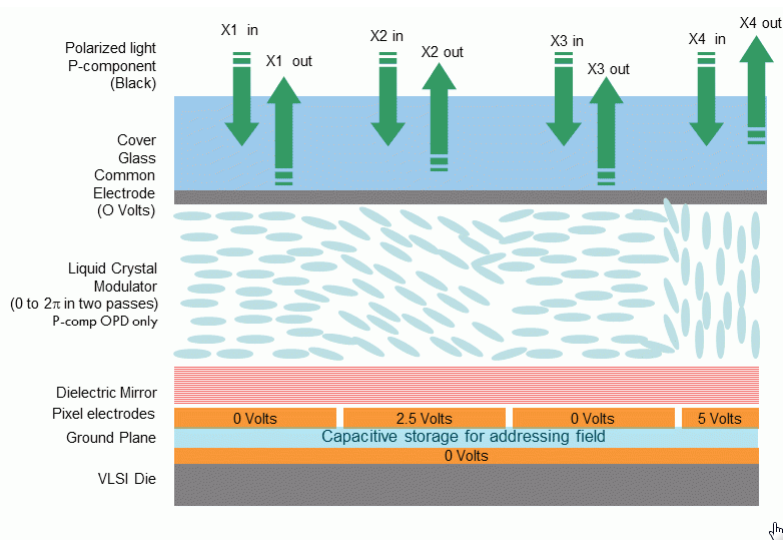


Figura 6: Sezione schematica di un SLM: uno strato di liquido nematico è racchiuso tra due elettrodi. Nel momento in cui viene applicato un voltaggio ai capi di un pixel, i cristalli al suo interno tendono ad allinearsi al campo. L'angolo di rotazione dei cristalli è detto fase e dipende dall'intensità del campo elettrico (e quindi dalla differenza di potenziale).

### 3 Design, costruzione e ottimizzazione dell'Hardware

#### 3.1 Design

La linea  $4f$  può essere implementata così com'è stata descritta nel paragrafo 2.3 oppure nella cosiddetta configurazione *geometry folded*: quest'ultima prevede l'utilizzo di uno specchio dopo l'SLM, in modo tale che l'impulso dopo aver incontrato la maschera ripercorra il cammino inverso. Tale configurazione risulta vantaggiosa sotto vari punti di vista, quali risparmio di spazio e ottiche, ma soprattutto fenomeni di aberrazione contenuti. Si è scelto pertanto di adottare questo schema<sup>10</sup>.

Nella fase di progettazione dell'apparato sperimentale si è tenuto conto di vari fattori, ad esempio la lunghezza d'onda a cui lavoreranno gli esperimenti all'interno dei quali verrà

<sup>10</sup>Per poter utilizzare questa configurazione, si è posto prima del *pulse shaper* un *beam splitter*, elemento ottico che divide il fascio in due parti: una componente è riflessa, mentre la restante viene trasmessa. Il funzionamento è il seguente: il fascio, incontrato il *beam splitter*, viene diviso in due; scartata la componente trasmessa, quella riflessa viene mandata al *pulse shaper*; avendo adottato la configurazione *geometry folded*, il fascio in uscita segue lo stesso percorso di quello in entrata fino al *beam splitter*, dove viene nuovamente parzialmente riflesso e trasmesso. Si studia quindi il fascio prodotto dalla prima riflessione e dalla seconda trasmissione.

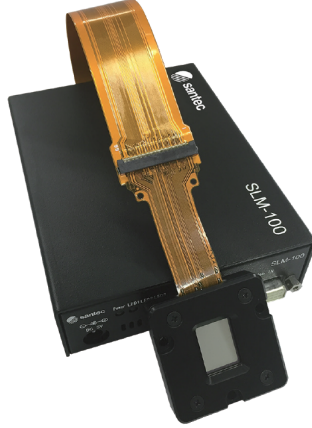


Figura 7: Modello con schermo separato dell'SLM-100 della Santec.

inserito il *pulse shaper*, la risoluzione spettrale necessaria (e di conseguenza la dispersione angolare del fascio), l'ingombro del setup, etc.

Prese in esame tali esigenze, la scelta delle ottiche è ricaduta sulle seguenti tre componenti: una lente cilindrica con lunghezza focale di 10 *cm*, un reticolo di diffrazione con efficienza massima a 750 *nm*, angolo di incidenza a 13° e polarizzazione verticale della luce in ingresso, *grating period* di 600 *passi/mm*, e ultimo ma non per importanza, l'SLM-100 prodotto dalla Santec.

Tale modello lavora con lunghezze d'onda comprese tra 500 e 1650 *nm*, lo schermo ha una risoluzione di 1440 x 1050 (con dimensioni di 14.98 *mm* e 10.92 *mm*) e *frame rate* di 60 *Hz*; i pixel, separati l'uno dall'altro da 0.4  $\mu\text{m}$ , sono quadrati con lato di 10  $\mu\text{m}$ .

Dal momento che il *pulse shaper* è uno strumento utilizzabile in vari esperimenti, si è deciso di installare le ottiche che lo costituiscono su una *board* (una tavola di metallo di dimensioni 30 *cm* x 10 *cm*), in modo tale da poterlo trasportare e posizionare a piacere.

Per una linea  $4f$ , considerando la propagazione di un fascio gaussiano, si ottiene una risoluzione spaziale<sup>11</sup> sul piano di Fourier  $\Delta x_0$ :

$$\Delta x_0 = 2 \ln 2 \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_d} \frac{f \lambda_0}{\pi \Delta x_{in}} \quad (11)$$

Nella (11)  $\theta_i$  rappresenta l'angolo di incidenza sul reticolo,  $\theta_d$  quello di diffrazione,  $f$  la lunghezza focale della lente,  $\lambda_0$  la lunghezza d'onda centrale dell'impulso e  $\Delta x_{in}$  la dispersione spaziale dell'impulso in ingresso.

Con una dispersione lineare del reticolo, ogni frequenza sarà identificata da una posizione nel piano di Fourier.

---

<sup>11</sup>[1].

$$X_k = \alpha \omega_k \quad (12)$$

dove  $\alpha$  dipende anche dal periodo  $d$  del reticolo di diffrazione:

$$\alpha = \frac{\lambda_0^2 f}{2\pi c d \cos \theta_d} \quad (13)$$

A partire dalle equazioni (11) e (12), considerando che le specifiche ottiche del setup in esame sono lunghezza focale  $f = 10 \text{ cm}$ , densità del reticolo  $\frac{1}{d} = 600 \text{ passi/mm}$ , angolo di incidenza  $\theta_i = 13^\circ$  (che si fa coincidere con l'angolo di diffrazione nella configurazione di Littrow), lunghezza d'onda di picco  $\lambda_0 = 750 \text{ nm}$ , FWHM nel dominio spaziale  $\Delta x_{in} = 5 \text{ mm}$ , la risoluzione spettrale ottenibile è  $\Delta x_0 = 0.3 \text{ THz}$ .

### 3.2 Descrizione del setup sperimentale

Procediamo nel nostro percorso con una descrizione delle ottiche presenti nel setup sperimentale (figura 8) e della loro disposizione. Concentrandosi sugli elementi posizionati sulla *board* (quindi trascurando gli specchi che mandano il fascio al *pulse shaper*), le ottiche che il fascio incontra man mano che procede nel suo percorso sono (in sequenza): prima iride d'allineamento, specchio, seconda iride d'allineamento, reticolo di diffrazione, iride, lente cilindrica, SLM.

Le due iridi d'allineamento servono a centrare il fascio in ingresso, in modo da *selezionare* il percorso corretto all'interno del setup.

Lo specchio determina il punto e l'angolo di incidenza del fascio sul reticolo, che ha un montaggio rotante: per ottenere uno strumento funzionale è essenziale che il fascio incida sull'asse di rotazione del reticolo. Infatti variando la lunghezza d'onda cambia l'angolo a cui viene diffratto il fascio ed è necessario ruotare il reticolo: in caso di incidenza su un punto non'appartenente all'asse di rotazione, il percorso risulterebbe più lungo/corto, compromettendo la linea  $4f$ .

L'iride successiva serve ad identificare l'asse ottico reticolo-lente-SLM<sup>12</sup>, e costituisce un riferimento grezzo di allineamento del primo ordine di diffrazione.

Il reticolo è posto ad una distanza di circa  $10 \text{ cm}$ <sup>13</sup> dalla lente, che a sua volta si trova a  $10 \text{ cm}$  dall'SLM. La distanza tra questi tre elementi (reticolo-lente-SLM) determina la bontà della linea  $4f$  e viene determinata con delle operazioni di *ottimizzazione* (paragrafo

<sup>12</sup>È presente, posizionata dopo l'SLM, un'altra iride non visibile in figura (8), utilizzata però solo in fase di montaggio per determinare in modo univoco l'asse ottico.

<sup>13</sup>Per il nostro setup tale distanza corrisponde alla distanza focale della lente.

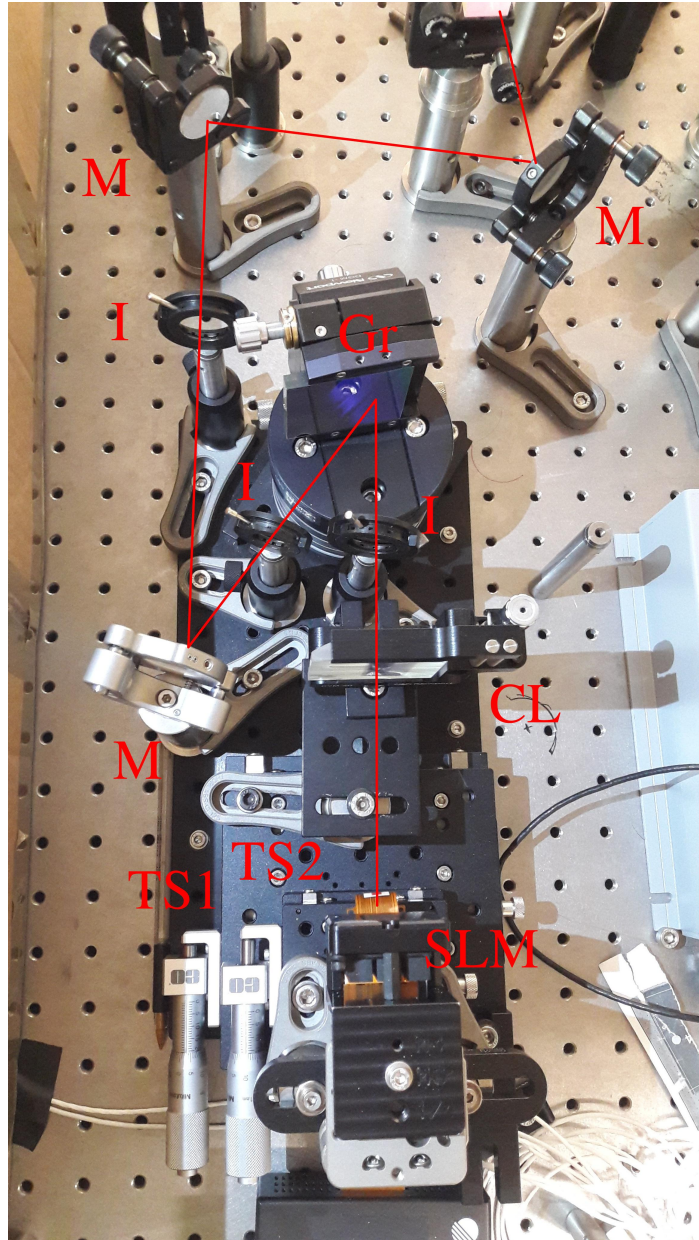


Figura 8: Setup sperimentale: (I) iride, (M) specchio, (Gr) reticolo di diffrazione, (CL) lente cilindrica, (SLM) SLM, (TS1) stage 1, (TS2) stage 2.



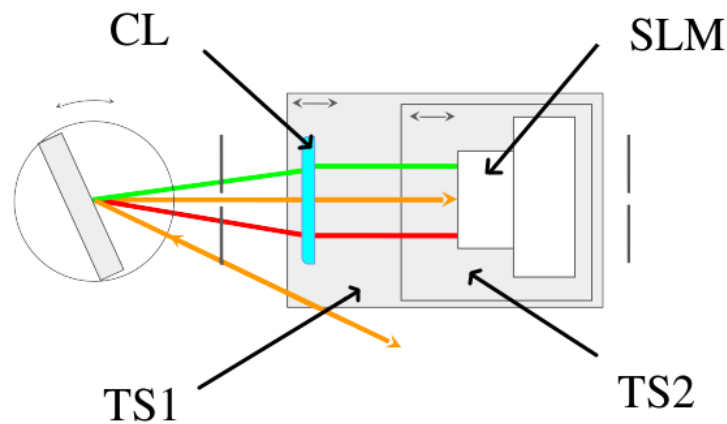


Figura 9: Schema del montaggio delle ottiche sulle varie *stage*. Alla base è collocata la *stage 1* (TS1), su cui sono installate la lente cilindrica (CL) e la *stage 2* (TS2); quest'ultima funge da ancoraggio per l'SLM (SLM).

3.3): queste si fanno regolando due *stage*<sup>14</sup> (nella figura 8 contrassegnate da (TS1) e (TS2)) con movimento attuato da una vite micrometrica. Quella che d'ora in avanti verrà chiamata *stage 1* viene fissata sulla *board*: su di essa, oltre ad essere posizionata la lente cilindrica, è montata la *stage 2*; quest'ultima costituisce la base su cui poggia l'SLM (vedi figura 9).

Nella fase di installazione delle due *stage* sulla *board* è fondamentale assicurarsi che esse si muovano lungo l'asse ottico, altresì le misure di ottimizzazione non risulterebbero efficienti. Per lo stesso motivo, al muoversi delle *stage*, il fascio (di ordine 0 del reticolo) deve colpire sempre lo stesso punto della lente: per rispettare tale richiesta, la lente dev'essere allineata lungo l'asse ottico.

<sup>14</sup>Una *stage* è un supporto costituito da due basi metalliche che possono scorrere l'una sull'altra lungo una direzione fissata.

### 3.3 Ottimizzazione della linea 4f

Per ottenere una linea  $4f$  efficace vengono eseguite le cosiddette procedure di *ottimizzazione*. Queste, indipendenti dalle proprietà della maschera, vengono effettuate ad SLM spento (viene utilizzato come uno specchio). Nel concreto, l'*ottimizzazione* si articola in due passaggi che vanno iterati: la regolazione della distanza tra SLM e lente e quella tra lente e reticolo.

#### 3.3.1 Distanza SLM-lente

Per regolare tale distanza è necessaria la presenza di una camera con la quale si possa visualizzare lo *spot* in uscita (focalizzato tramite una lente). Partendo da una distanza di circa 10 *cm* tra la lente e l'SLM, si deve muovere la *stage 2* con la vite micrometrica. L'obiettivo è ottenere uno spot collimato orizzontalmente.

#### 3.3.2 Distanza lente-reticolo

La seconda misura di *ottimizzazione* si prefigge, tramite la regolazione della distanza tra lente e reticolo, di ottenere un impulso *compressso* (*unchirped*). Per fare ciò ci si avvale dell'ottica non lineare, e in particolare del fenomeno che prende il nome di *generazione della seconda armonica* tramite un cristallo di borato di bario beta (comunemente detto BBO). Si noterà che muovendo la *stage 1*<sup>15</sup>, l'ampiezza della seconda armonica cambia: lo stato di compressione si ottiene quando la seconda armonica è massimizzata.

---

<sup>15</sup>Ricordiamo che sulla *stage 1* sono montate sia lente che SLM, per cui la loro distanza non cambia.

## 4 Messa a punto dello strumento

Dopo aver analizzato l'ottimizzazione della componente Hardware nella sezione precedente (paragrafo 3.3), si può prendere in esame il sistema di controllo Software. In termini semplicistici, il problema in questione è generare una determinata immagine, che d'ora in avanti chiameremo *pattern*, sull'SLM: le caratteristiche della stessa determineranno azioni diverse sull'impulso. Per capire operativamente che valori dei parametri del *pattern* utilizzare, vengono effettuate le misure di *calibrazione*.

Tali misure vengono eseguite sul primo ordine di diffrazione del reticolo e dell'SLM, ovvero l'impulso modulato.

### 4.1 Software: generazione dei pattern

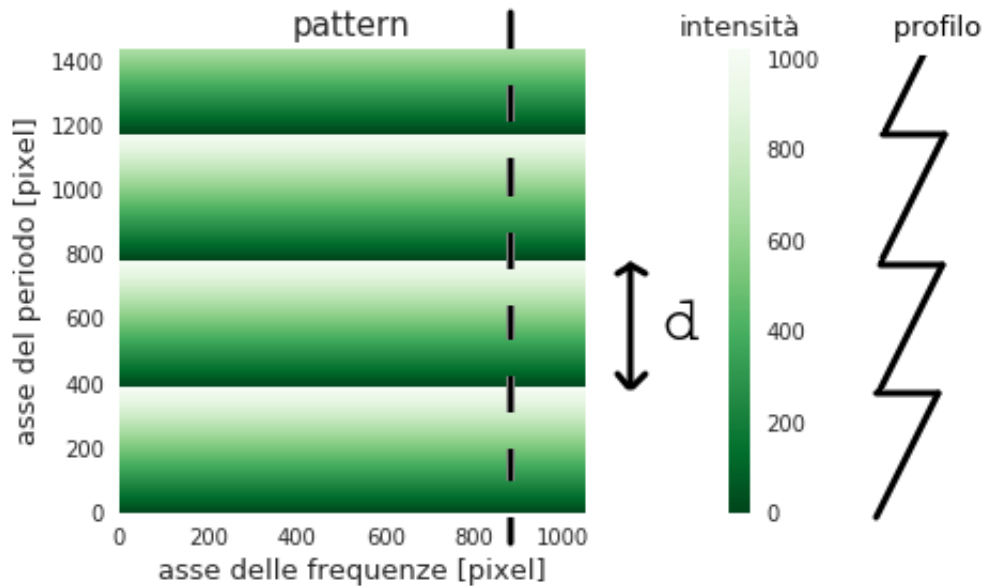


Figura 10: Esempio di pattern con profilo a *dente di sega*. Lungo l'asse verticale si sviluppa il profilo del reticolo, mentre lungo quello orizzontale le varie frequenze sono disperse. Viene anche indicato da una doppia freccia il periodo del reticolo  $d$ .

Per prima cosa verranno presentate le caratteristiche del *pattern*: esso è trattato a livello di programmazione (effettuata con *LabView*) come una matrice, dove ad ogni elemento è associato un pixel dell'SLM con un valore di voltaggio appartenente ad una

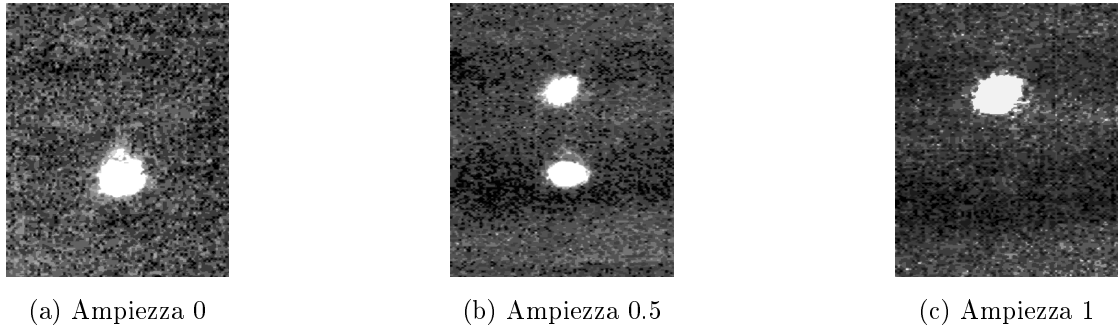


Figura 11: Visualizzazione degli ordini 0 (*spot* in basso) e 1 (*spot* in alto) dell'SLM messi a fuoco su una camera. Nella configurazione ad ampiezza 0 (che corrisponde ad un *pattern* senza reticolo) è presente il solo ordine 0, ad ampiezza 0.5 sono visibili entrambi mentre per l'ampiezza 1 c'è soltanto l'ordine 1. Si tenga presente che i valori di ampiezza qua riportati sono quelli ottenuti con la calibrazione di fase, ovvero: l'ampiezza 0 viene associata ad una fase dei cristalli  $\Delta\phi = 0$ , mentre l'ampiezza 1 ad una fase  $\Delta\phi = \pi$ .

scala da 0 a  $1024^{16}$  (range dinamico 10 bit). Per comodità si normalizza il valore tra 0 e 1.

L'esempio di *pattern* più banale è quello uniforme, dove tutti i pixel presentano lo stesso valore di ampiezza.

Per perseguire la modulazione dell'impulso è necessario generare un reticolo di diffrazione che potrà avere un profilo a *dente di sega* o a *gradino*. Tale reticolo si sviluppa lungo l'asse verticale del *pattern*, mentre l'asse orizzontale identifica le frequenze<sup>17</sup>. Essendo il profilo del reticolo una figura periodica, si può scegliere arbitrariamente l'ampiezza per una riga di pixel<sup>18</sup>: tale proprietà verrà d'ora in avanti chiamata *fase del reticolo*.

Come si è visto dalla formula (10), l'angolo a cui viene diffratta una determinata lunghezza d'onda dipende solo dal periodo del reticolo. Di conseguenza, agendo su questo parametro del *pattern*, è possibile variare l'apertura degli ordini in uscita dall'SLM.

Un altro valore importante è l'ampiezza degli *scalini*, sia per il profilo *blazed* che per quello *squared*: l'ampiezza determina la potenza che viene diffratta nei vari ordini (figura 11) e sarà oggetto di una vera e propria *calibrazione* (paragrafo 4.3), il cui scopo sarà associare ad una fase dei cristalli  $\Delta\phi = 0$  l'ampiezza 0, e ad una fase  $\Delta\phi = \pi$  l'ampiezza 1.

<sup>16</sup>Dove 1024 rappresenta il voltaggio massimo applicabile su un pixel, che per l'SLM-100 della Santec è 5 V.

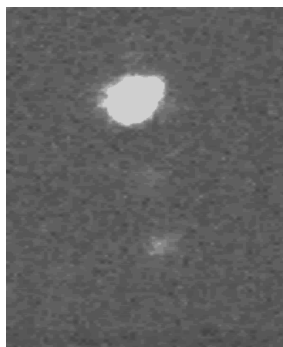
<sup>17</sup>L'impulso arriva sull'SLM con le frequenze disperse orizzontalmente.

<sup>18</sup>Nel nostro caso, per comodità di programmazione, si è scelta la riga alla base del *pattern*.

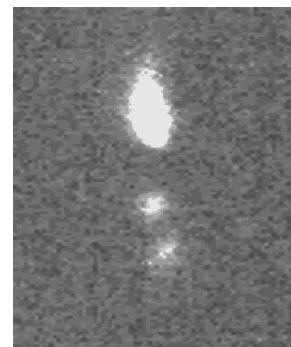
## 4.2 Calibrazione del periodo del reticolo

La prima misura di calibrazione serve a determinare una correzione lineare del periodo (figura 13) lungo l'impulso.

Per poter effettuare questa misura è necessario riprendere la camera usata nelle misure di ottimizzazione della distanza lente-reticolo (paragrafo 3.3.2) in modo tale da osservare lo *spot* in uscita dal *pulse shaper*. Lo scopo di tale calibrazione è ottenere uno *spot* privo di *chirp spaziale*<sup>19</sup>, che nel concreto significa il più uniforme possibile<sup>20</sup> (senza la presenza di *code*, vedi figura 12).



(a) Impulso senza *chirp*



(b) Impulso *chirpato*

Figura 12: A confronto l'effetto sullo *spot* di due correzioni lineari diverse. Nell'immagine 12a (a sinistra) lo *spot* è uniforme, e di conseguenza la correzione è stata efficace. Viceversa in figura 12b (a destra) la forma del primo ordine (in alto) è schiacciata: la correzione lineare al periodo del reticolo non è stata efficiente.

---

<sup>19</sup>Il *chirp spaziale* indica una diversa distribuzione delle frequenze all'interno dello *spot*.

<sup>20</sup>Nel nostro caso la correzione lineare da applicare al periodo era così piccola (il coefficiente angolare era dell'ordine di  $10^{-5}$ ) che anche omettendola i risultati erano ottimi.

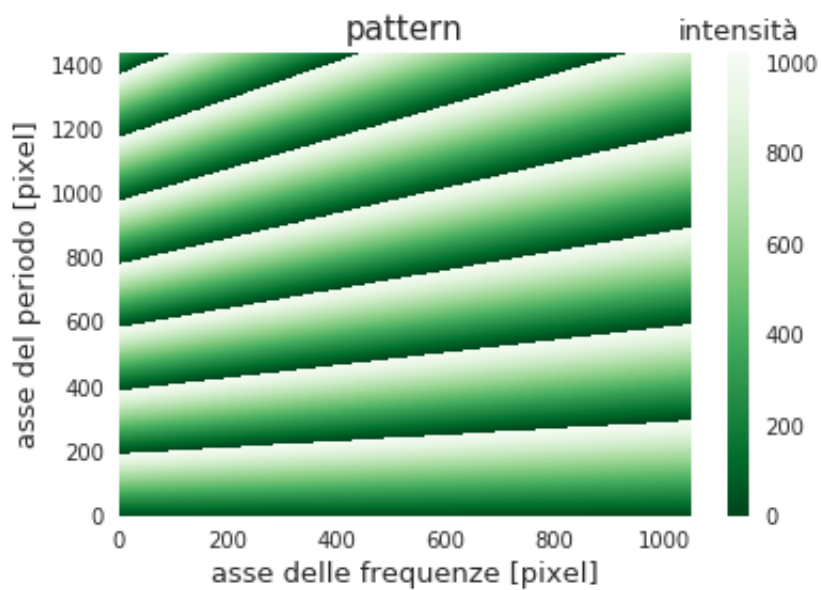


Figura 13: pattern con correzione lineare del periodo del reticolo. Tale correzione viene introdotta per eliminare il *chirp spaziale* creato nel percorso all'interno del *pulse shaper*. La ricerca del valore ottimale per la pendenza della retta costituisce la misura di calibrazione del periodo del reticolo.

### 4.3 Calibrazione della fase dei cristalli

Come è stato accennato nel paragrafo 4.1, ampiezze diverse dei gradini del reticolo hanno efficienze diverse per i vari ordini di diffrazione (figura 11). La *calibrazione di fase dei cristalli* serve a mappare l'ampiezza dell'impulso in funzione dei voltaggi<sup>21</sup> applicati (ovvero delle ampiezze dei gradini sull'intera scala da 0 a 1024), per poter quindi estrapolare valore massimo e minimo.

Per fare questa operazione si sfrutta il *pattern squared* (figura 14a), la cui ampiezza varia tra i valori 0 e 1024: per ogni ampiezza si acquisisce lo spettro grazie ad uno spettrometro, così da poter costruire un grafico che associa ad ogni frequenza e ampiezza del *pattern* un'intensità (figura 14b).

#### 4.3.1 Fit calibrazione di fase

Per poter fare un *fit* è necessario stabilire l'andamento della funzione teorica da confrontare con i dati sperimentali. Ricordando che il reticolo di diffrazione è un caso particolare di diffrazione da fenditure multiple, è possibile ricavare un'espressione generale dell'intensità del fascio diffratto. Per il primo ordine ( $m = 1$ ) l'efficienza attesa sarà:

$$I_{m=1} = \frac{4}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \quad (14)$$

dove  $\Delta\phi$  indica la fase del cristallo (sottoparagrafo 2.3.3).

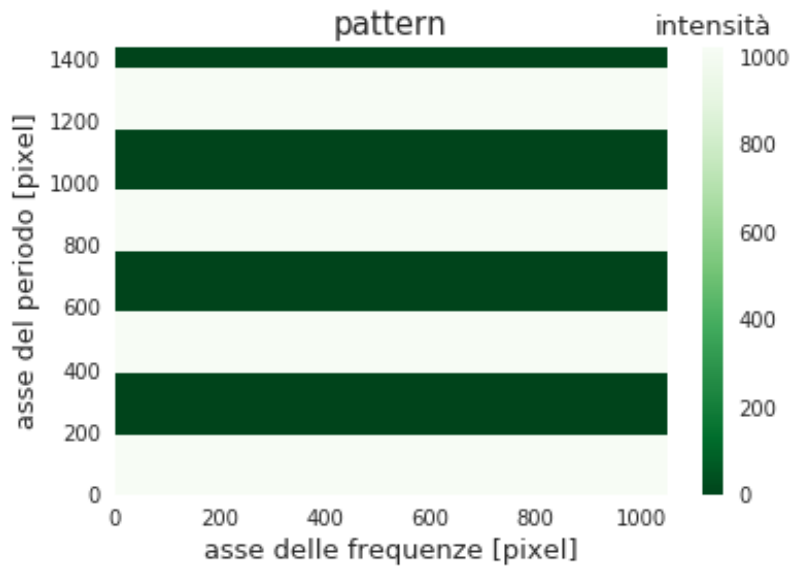
Per verificare che i dati seguano questa funzione, si deve selezionare una determinata frequenza dell'impulso (che significa sezionare con un piano normale alla figura 14b e parallelo all'asse X)<sup>22</sup>. Su questi dati si può quindi fare un *fit* con la funzione  $\sin^2(x)$ : un esempio è riportato in figura 15.

A partire dalla funzione di *fit* ricavata si estrapolano i valori di massimo e minimo: il primo identifica un limite superiore per la potenza dell'ordine 1 (a parità di condizioni del fascio in ingresso) mentre il secondo fornisce un *offset*, in corrispondenza del quale è presente il solo ordine 0.

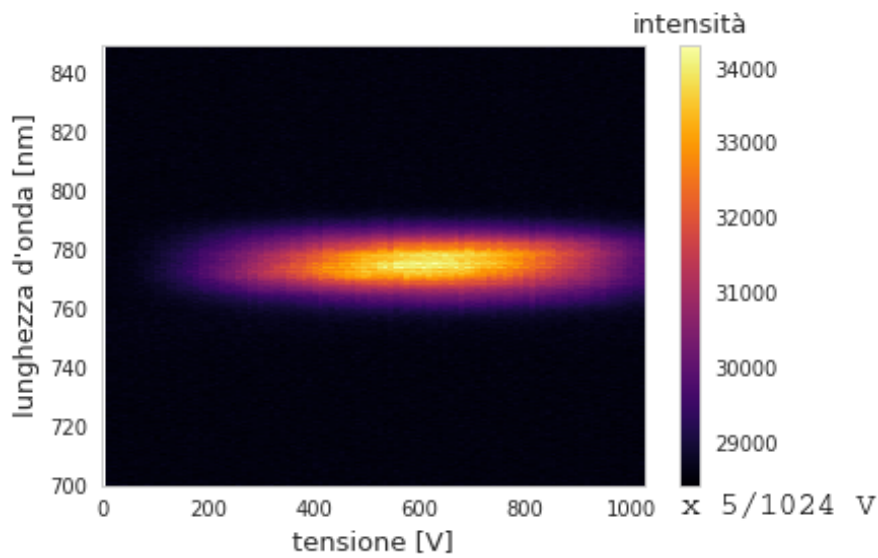
---

<sup>21</sup>La risposta della fase dei cristalli per il modello SLM-100 della Santec è lineare rispetto al voltaggio: questo non è necessariamente vero per altre tipologie di SLM.

<sup>22</sup>La diffrazione di Fraunhofer considera una sorgente di luce monocromatica. La formula (14) è pertanto legata alla singola frequenza. Ciò non costituisce un problema, dal momento che sullo schermo dell'SLM le frequenze risultano separate spazialmente.



(a) *Pattern squared*.



(b) Grafico d'intensità.

Figura 14: La calibrazione della fase dei cristalli utilizza un pattern *squared* (14a). Viene acquisito lo spettro dell'impulso per ogni valore diverso dell'ampiezza dei gradini (espressa in una scala di voltaggio). Si costruisce così un grafico che associa ad ogni frequenza e ampiezza (dei gradini) un'intensità (14b). Nella mappa sono rappresentate sull'asse X le ampiezze, sull'asse Y le frequenze e con una scala di colori i valori di intensità.



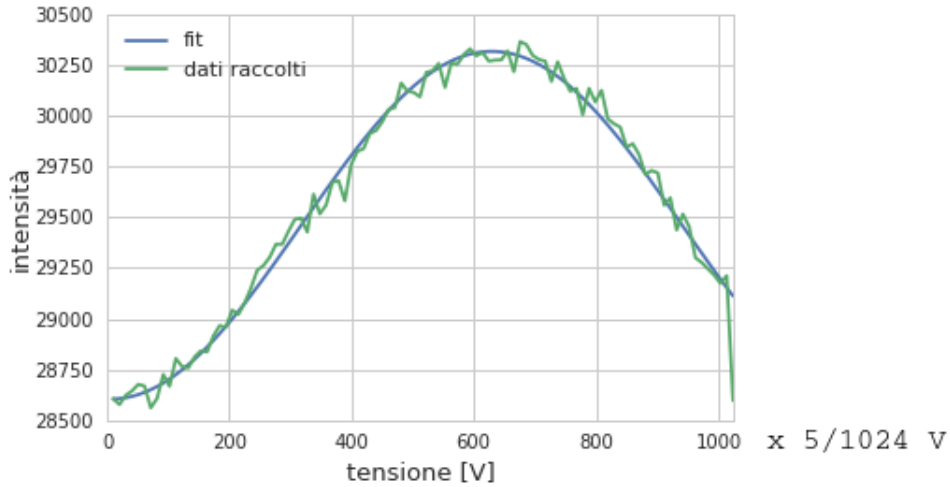


Figura 15: Nel grafico sono riportati i valori di intensità del segnale al variare dell'ampiezza del pattern per una lunghezza d'onda di  $764 \text{ nm}$ . In *verde* è tracciata la curva sperimentale, mentre in *blu* quella teorica. Il massimo della funzione si ha in corrispondenza di un'ampiezza di circa 600, mentre il minimo è localizzato nella regione vicina allo 0.

#### 4.4 Calibrazione di frequenza

La seguente calibrazione serve a creare una corrispondenza tra le frequenze dell'impulso e i pixel dello schermo. Per fare ciò ci si avvale di un *pattern* a profilo gaussiano (figura 16): la proprietà di questo *pattern* consiste nel diffrangere l'ordine 1 solo in prossimità del picco (dal momento che tutto il resto dello schermo proietta un'immagine uniforme che genera quindi il solo ordine 0).

Ciò che si ottiene pertanto è una porzione dello spettro dell'ordine 1, tanto più grande quanto più è larga la dispersione della gaussiana  $\sigma$ .

Operativamente, la calibrazione di frequenza consiste nel generare un *pattern* con picco gaussiano in corrispondenza dei primi pixel e traslarlo lungo tutto lo schermo. Conoscendo la posizione in pixel del picco è quindi possibile ricostruire, con i dati misurati dallo spettrometro, la posizione delle frequenze sullo schermo.

Una considerazione che si può fare su questo tipo di misura è che, a differenza della *calibrazione della fase dei cristalli*, dev'essere effettuata prima di ogni utilizzo dell'SLM nel caso in cui il setup sia sensibile a modifiche o instabilità dell'allineamento. Il suo scopo infatti è quello di determinare la posizione dello *spot* sullo schermo: basta pertanto un

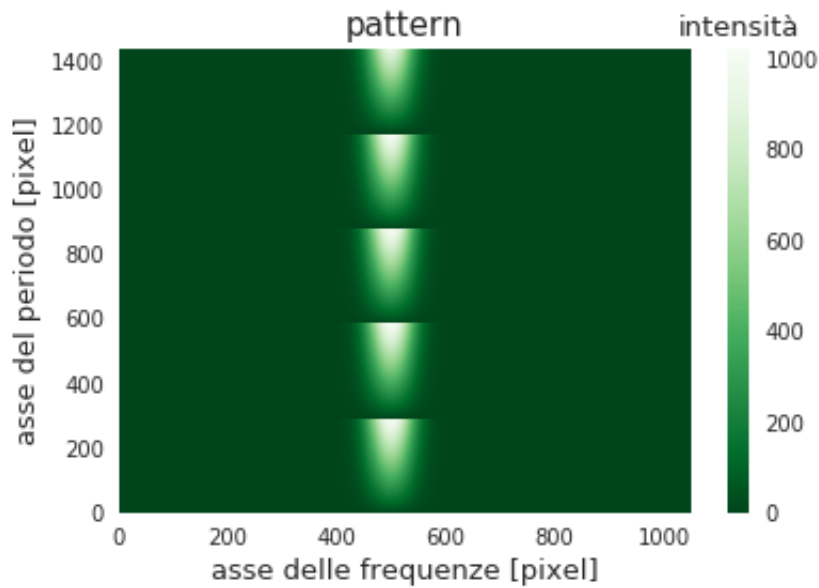


Figura 16: Pattern con profilo di ampiezza gaussiano. Le frequenze arrivano sullo schermo dell'SLM separate lungo la direzione orizzontale: quelle che incidono sulla regione del picco incontrano un reticolo di diffrazione e quindi generano l'ordine 1; viceversa, le restanti vedono un pattern uniforme e tutta la potenza rimane nell'ordine 0. Lo spettro del primo ordine in uscita avrà forma gaussiana, con valore massimo per una determinata frequenza. Questa misura di calibrazione mette in corrispondenza tale frequenza con il pixel su cui è centrato il picco del pattern. Traslando la posizione del profilo gaussiano sullo schermo cambierà anche la frequenza di picco: si ricostruisce così la posizione di incidenza delle varie frequenze sull'SLM.

allineamento leggermente diverso dal precedente per ottenere valori differenti.

#### 4.4.1 Fit calibrazione di frequenza

La corrispondenza tra pixel e frequenza è legata da proporzionalità inversa<sup>23</sup> ( $1/x$ ). Il *fit* però non è stato effettuato semplicemente prendendo il valore massimo di ogni spettro, ma ricostruendone la forma gaussiana, in modo tale da avere i due parametri della distribuzione:  $\mu$  e  $\sigma$ .

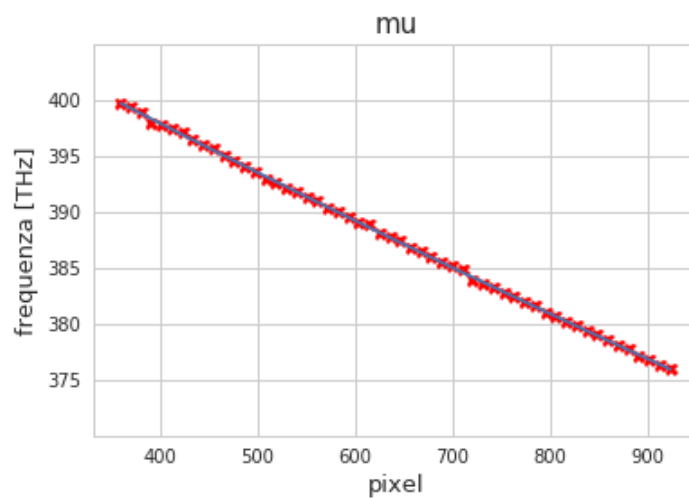
Il primo ( $\mu$ ) non è nient'altro che la posizione del picco (che è quanto serve ai fini della calibrazione).

Risulta interessante tuttavia anche la deviazione standard: infatti, al variare del  $\sigma$  del pattern, si può studiare la variazione di quello estrapolato con il *fit*. Quello che si nota è che esiste un limite inferiore per il valore di  $\sigma$ , che determina pertanto la *risoluzione* dell'apparato.

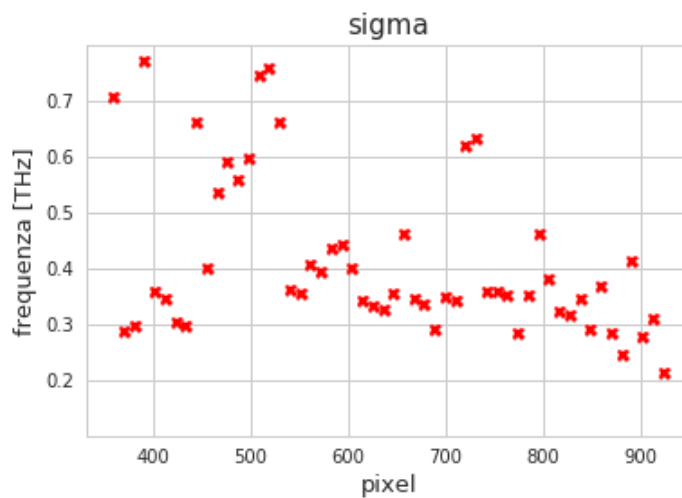
I dati raccolti in una generica misura di *calibrazione di frequenza* sono rappresentati in figura 17.

---

<sup>23</sup>Questo è dovuto al fatto che la dispersione pixel vs lunghezza d'onda sia lineare



(a) Rappresentazione delle frequenze di picco misurate con lo spettrometro in funzione dei pixel dell'SLM: i dati sperimentali (in *rosso*) sono messi a confronto con l'andamento atteso (in *blu*). A partire dalla funzione estrapolata si può ricavare, per ogni pixel, la rispettiva frequenza.



(b) Esempio di grafico della risoluzione ottenuta per le varie frequenze dell'impulso. È difficile riconoscere un andamento chiaro dei dati, tuttavia si può osservare che l'ordine di grandezza è in linea con quanto pronosticato nel paragrafo 3.1 ( $0.3 THz$ ).

Figura 17: Esempi di grafici ottenuti con una misura di calibrazione di frequenza.

## 5 Applicazioni sperimentali

In questa sezione vengono presentate due diverse applicazioni del *pulse shaper* così da testarne il funzionamento: la creazione di un ritardo temporale e l'introduzione di un *chirp*.

### 5.1 Fase lineare: impulso ritardato

Come accennato nel paragrafo 2.1, l'introduzione di un termine lineare nella fase spettrale crea un ritardo temporale dell'impulso. Per poter studiare tale fenomeno si è sfruttata la tecnica *SFG* (*Sum Frequency Generation*), la quale permette la generazione di un segnale alla sovrapposizione spazio-temporale di due impulsi. Tale sovrapposizione è detta *overlap*.

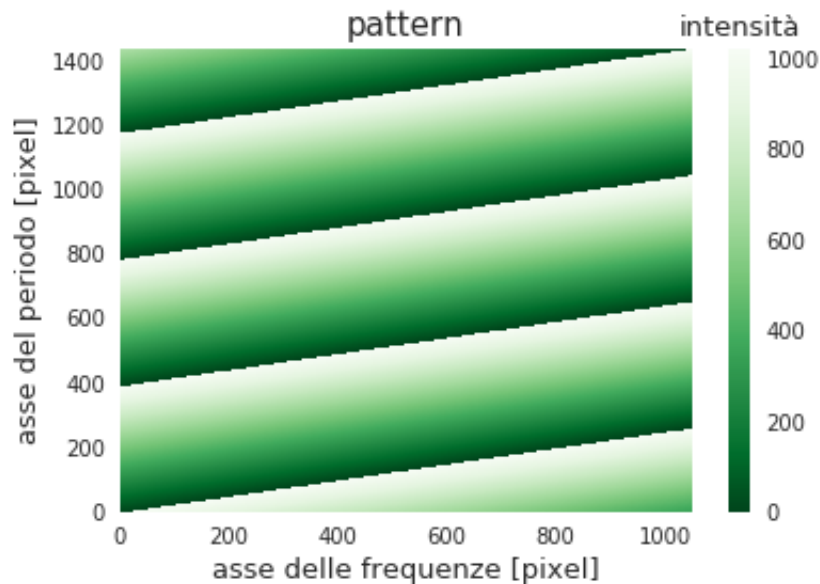


Figura 18: Esempio di pattern con fase ad andamento lineare rispetto alle frequenze.

Dopo aver trovato l'*overlap* per un *pattern* con profilo di fase costante, si introduce un termine lineare (figura 18): avvalendosi di una slitta posizionata sul percorso di uno dei due impulsi, è possibile ritrovare la sovrapposizione dei cammini ottici in una nuova posizione della stessa. Lo spostamento della slitta si traduce in maniera immediata (data la propagazione dell'impulso a velocità  $c$ ) in un ritardo temporale: i dati raccolti sono riportati in figura 19.

Nello specifico, è stato utilizzato un periodo del reticolo  $d$  di  $0.1 \text{ mm}$ : il risultato della misura è stato un rapporto  $m \text{ retta}/\text{ritardo temporale}$  di  $0.85 \text{ (ps)}^{-1}$  in un range di ritardi che va da  $-1 \text{ ps}$  a  $+2.5 \text{ ps}$ .

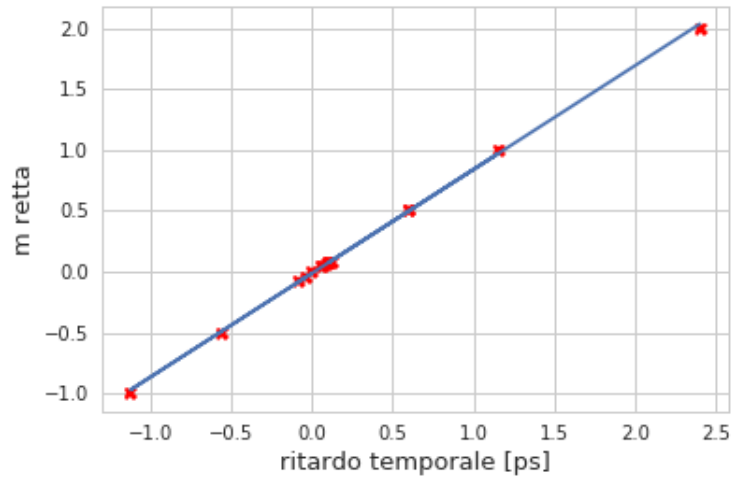


Figura 19: Il grafico riporta la pendenza del fattore lineare introdotto nel *pattern* (caratterizzato da un periodo  $d = 0.1 \text{ mm}$ ) in funzione del ritardo misurato. Si evince che, quanto meno nella regione studiata (da  $-1 \text{ ps}$  a  $+2.5 \text{ ps}$ ) la relazione che lega le due grandezze è lineare (linea *blu*), con un coefficiente di  $0.85 \text{ (ps)}^{-1}$ . Si può fare un'ulteriore osservazione: cambiare il segno della fase lineare comporta un'inversione anche del segno del ritardo. In conclusione, è possibile sia anticipare che ritardare l'impulso.

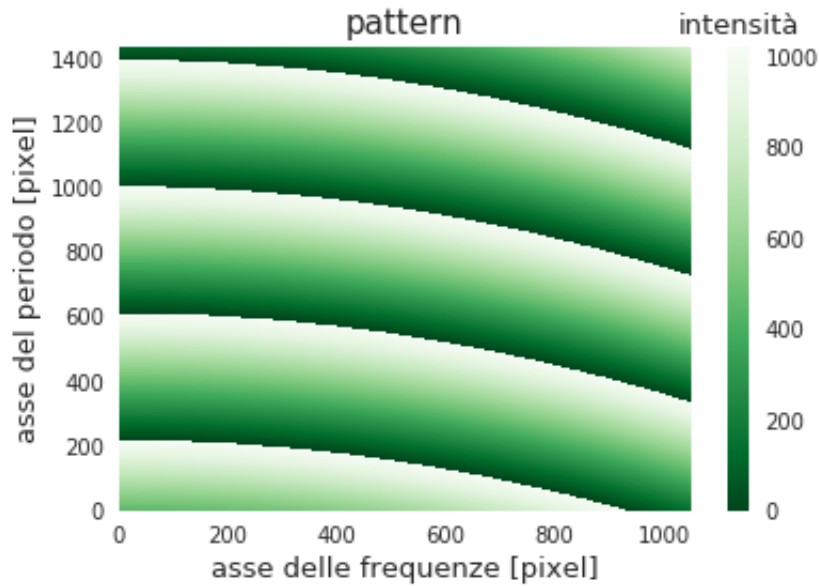


Figura 20: Pattern con variazione quadratica della fase rispetto alla frequenza.

## 5.2 Fase quadratica: impulso chirpato

Richiamando nuovamente quanto visto nel paragrafo 2.1, la presenza di un termine di fase quadratico determina la presenza di *chirp* nell'impulso. La fase quadratica si può applicare con l'SLM (figura 20); è necessario quindi uno strumento di diagnostica con il quale verificare se l'impulso sia stato *chirpato* o meno.

A tale scopo si è utilizzato un *FROG*<sup>24</sup> (*Frequency Resolved Optical Gating*); questo strumento permette di ottenere la ricostruzione della fase spettrale dell'impulso (figura 21). La ricostruzione, se il *pulse shaper* ha funzionato correttamente, rispetterà l'andamento supposto (ovvero quadratico).

La misura verifica l'introduzione di *chirp*.

---

<sup>24</sup>Il FROG è uno strumento di diagnostica che consente la caratterizzazione completa dell'impulso, avvalendosi di processi di ottica non lineare (come la generazione della seconda armonica). Non è scopo di questa tesi illustrarne il funzionamento: è sufficiente sapere che tale strumento consente di ricostruire la fase spettrale dell'impulso.

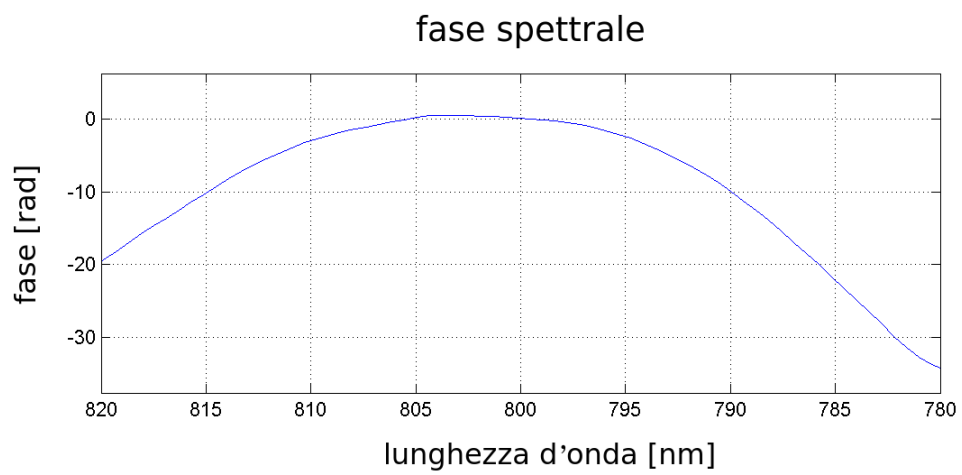


Figura 21: Ricostruzione della fase operata dal FROG. Si riscontra un andamento quadratico, in linea con le previsioni di corretto funzionamento del *pulse shaper*.



## 6 Conclusioni

In questa tesi si è presentato il lavoro di costruzione e messa a punto di un modulatore di impulsi ultracorti basato su un modulatore di luce spaziale a cristalli liquidi.

A tale scopo, sono stati dapprima introdotti (sezione 2) i concetti cardine della spettroscopia ultraveloce, quali la nozione di impulso, ampiezza e fase spettrale. A partire da questi è stato possibile introdurre il formalismo teorico che descrive il *pulse shaping*, per poi confrontarlo con gli elementi ottici fisici dell'apparato.

Si è quindi descritta la disposizione delle ottiche nel setup, presentando le esigenze sperimentali e le scelte adottate (sezione 3). In chiusura di sezione, sono state anche riportate le tecniche di ottimizzazione dell'Hardware.

Nella sezione 4 è stata presentata la componente Software: dopo aver descritto le caratteristiche del reticolo generato sull'SLM, sono state elencate le tre misure di calibrazione. La calibrazione del periodo del reticolo ha evidenziato come lo strumento sia sensibile alla correzione lineare del periodo, e che i valori corretti siano molto vicini allo zero. La calibrazione di fase ha prodotto dei dati in accordo con l'andamento sinusoidale supposto. Allo stesso modo quelli della calibrazione di frequenza hanno mostrato di seguire la funzione  $1/x$ .

Nella sezione 5 sono stati presentati due esperimenti per testare il funzionamento del *pulse shaper*. Il primo aveva come scopo quello di creare dei ritardi temporali introducendo una variazione di fase lineare, mentre il secondo voleva introdurre del *chirp* nell'impulso con l'ausilio di una fase quadratica. Entrambi gli esperimenti hanno prodotto risultati positivi, rispettando le previsioni teoriche: con una frequenza centrale dell'impulso di  $760\text{ nm}$  la risoluzione è di circa  $0.4\text{ THz}$  e uno shift di fase lineare e quadratico producono rispettivamente una traslazione temporale e un *chirp*.

Si può pertanto affermare che il *pulse shaper* funziona correttamente, almeno entro i limiti in cui è stato testato.

Lo sviluppo del controllo Software è stato inoltre progettato con l'opzione di produrre sullo schermo dell'SLM due pattern indipendenti. La geometria impiegata infatti dovrebbe garantire la possibilità di poter allineare contemporaneamente due fasci laser che all'ingresso del *pulse shaper* risultino paralleli e separati verticalmente.

Rispetto al caso di singolo impulso, in questa configurazione si è limitati all'impiego di piccoli angoli di diffrazione del reticolo dinamico, non potendo orientare il piano dello schermo mantenendo sul piano di Fourier i fuochi di entrambi i fasci.

Tuttavia, nei limiti di applicabilità, un tale dispositivo in grado di modulare contemporaneamente e indipendentemente due impulsi con gli stessi impulsi ottici renderebbe

possibili svariate applicazioni in esperimenti risolti in tempo e di interferometria.

## 7 Bibliografia

Di seguito i principali articoli o testi a cui si è fatto riferimento nella stesura della tesi:

- 1 *A newcomer's guide to ultrashort pulse shaping and characterization*, Antoine Monmayrant, Sébastien Weber and Béatrice Chatel, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics Vol.43 n.10, 2010.
- 2 *Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators*, A. M. Weiner, Rev. Sci. Instrum. 71, 1929-1960. © 2000 American Institute of Physics.
- 3 *Diffraction-based femtosecond pulse shaping with a two-dimensional spatial light modulator*, Joshua C. Vaughan, Thomas Hornung, T. Feurer, and Keith A. Nelson, Optics Letters Vol. 30, Issue 3, pp. 323-325, 2005. © 2005 Optical Society of America.
- 4 *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*, Jean-Claude Diels and Wolfgang Rudolph, Academic Press, 2006.
- 5 *Frequency-Resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses*, R. Trebino, Kluwer Academic Publishers, 2000.