



Università degli Studi di Trieste

DIPARTIMENTO DI FISICA

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea Triennale

**SVILUPPO DI UNO STRUMENTO FROG
PER LA CARATTERIZZAZIONE DI
IMPULSI LASER ULTRACORTI**

Laureanda:

Alessandra Milloch

Relatore:

Daniele Fausti

Correlatore:

Alexandre Marciniak

Anno Accademico 2017-2018

Indice

Introduzione	3
1 Introduzione teorica	5
1.1 Impulsi ultracorti	5
1.1.1 Definizione di impulso ultracorto	5
1.1.2 La fase	6
1.1.3 Misure di impulsi laser ultracorti	8
1.2 Ottica non lineare	8
1.2.1 Suscettività non lineare	8
1.2.2 Propagazione delle onde in un mezzo non lineare	9
1.2.3 Generazione di seconda armonica	10
1.3 Frequency Resolved Optical Gating	12
2 Costruzione di un FROG	15
2.1 Hardware	15
2.2 Software	17
3 Commissioning e misure sperimentali	19
3.1 Misura di un impulso a 760 nm	19
3.2 Misure con compressore a due prismi	20
3.3 Misure con pulse shaper	22
4 Analisi dei dati	24
4.1 Generalized Projections	24
4.2 Implementazione dell'algoritmo	25
4.3 Risultati sperimentali	27
4.3.1 Misura di un impulso a 760 nm	27
4.3.2 Misure con compressore a due prismi	29
4.3.3 Misure con pulse shaper	31
Conclusioni	35

Introduzione

A partire dagli anni '60 la produzione di impulsi laser ultracorti ha permesso lo studio di processi che avvengono su scale dei tempi estremamente brevi, dell'ordine dei pico o femto secondi. La tecnica principale impiegata per studiare la dinamica di fenomeni che avvengono su queste scale temporali è quella degli esperimenti di *pump and probe*. Per eseguire misure di *pump and probe* si perturba il sistema in esame con un primo impulso di luce molto corto e intenso, detto pump, e si usa poi un secondo impulso, detto probe, meno intenso e ritardato rispetto al primo, per sondare le proprietà ottiche del sistema in funzione del tempo trascorso dall'eccitazione.

Negli esperimenti che utilizzano laser impulsati è importante essere in grado di caratterizzare l'impulso utilizzato, sia perchè questo permette di misurare la risoluzione temporale dell'esperimento, sia perchè spesso la forma dell'impulso ha un ruolo importante nella determinazione del risultato dell'esperimento stesso. La misura dell'impulso risulta particolarmente importante anche negli esperimenti in cui si sfruttano processi di pulse shaping, che permettono di modificare la forma d'onda dell'impulso stesso. In generale, una qualsiasi misura di tipo ottico su un materiale è limitata dalla capacità di misurare la luce incidente e la luce in uscita dal mezzo.

Come si può caratterizzare un impulso di luce ultracorto? Bisogna innanzitutto considerare che un impulso ultracorto può equivalentemente essere descritto nel dominio dei tempi o nel dominio delle frequenze; la trasformata di Fourier permette il passaggio tra questi due domini. Siccome, quindi, le caratteristiche temporali e spettrali di un impulso sono legate dalla trasformata di Fourier, la larghezza di banda e la durata temporale di un impulso non possono variare indipendentemente. In particolare, un impulso con una durata temporale finita non può essere monocromatico ma è caratterizzato da un'ampia larghezza di banda. Ad esempio, un impulso gaussiano di 100 fs alla lunghezza d'onda centrale di 800 nm ha una larghezza di banda di almeno 9 nm.

La durata temporale di questi impulsi è, però, così breve da non poter essere misurata con le più veloci elettroniche disponibili; per questo, con lo sviluppo delle tecniche di produzione di impulsi laser ultracorti, è sorto anche il problema della loro misura. Gli strumenti maggiormente utilizzati fino agli anni '90 per eseguire misure di diagnostica su impulsi ultracorti sono spettrometri e autocorrelatori; essi permettono di eseguire misure, rispettivamente, dello spettro e della durata temporale di un impulso, ma non riescono a fornirne una caratterizzazione completa. In particolare, con spettrometri e autocorrelatori non è possibile misurare la variazione della frequenza istantanea durante l'impulso, non si può cioè osservare il cosiddetto *chirp*. Nel 1991 è stata introdotta da Daniel J. Kane e Rick Trebino la tecnica del *Frequency-Resolved Optical Gating* (FROG), che permette, invece, di caratterizzare completamente un impulso ultracorto. Il FROG lavora nel dominio dei tempi e delle frequenze ed è una delle tecniche oggi più utilizzate per realizzare misure di diagnostica su impulsi ultra brevi.

Lo scopo di questo lavoro è stato costruire e testare un FROG. Nel primo capitolo di questa tesi vengono presentati alcuni aspetti teorici necessari alla comprensione del funzionamento dello strumento: si introducono i concetti di impulso ultracorto, di ottica non lineare e la tecnica del *Frequency-Resolved Optical Gating*. Nel capitolo 2 sono descritti l'apparato sperimentale realizzato e il software sviluppato per l'esecuzione delle misure e l'acquisizione dei dati. Nel capitolo 3 si riportano alcune delle misure effettuate per testare lo strumento realizzato. Nel capitolo 4, infine, si presenta l'algoritmo utilizzato per ricostruire le informazioni sull'impulso a partire dalla misura effettuata, l'analisi delle misure realizzate e i risultati sperimentali ottenuti.

Capitolo 1

Introduzione teorica

In questo capitolo vengono presentati gli elementi teorici rilevanti nella tecnica del FROG. Per prima cosa, quindi, si spiega cos'è un impulso ultracorto e cosa vuol dire caratterizzarlo: viene fornita la definizione di impulso ultracorto, sia nel dominio dei tempi sia nel dominio delle frequenze, e vengono analizzate brevemente le tecniche di spettrometri e autocorrelatori che permettono di eseguire misure di diagnostica su tali impulsi. Poi, si introduce l'ottica non lineare e la generazione di seconda armonica; i processi di ottica non lineare, infatti, sono di centrale importanza nella tecnica del FROG e la generazione di seconda armonica è il processo non lineare che, nello specifico, è stato utilizzato nella realizzazione di questo strumento. Infine, si spiega in cosa consiste la tecnica del *Frequency-Resolved Optical Gating*, presentandola sia dal punto di vista teorico sia descrivendo come sperimentalmente si realizza una misura di questo tipo.

1.1 Impulsi ultracorti

1.1.1 Definizione di impulso ultracorto

Un generico impulso è definito dal suo campo elettrico in funzione del tempo $\mathbf{E}(t)$. Per semplicità possiamo trattare il campo come linearmente polarizzato e quindi considerare solo la parte scalare $E(t)$. Supponiamo che il campo sia fattorizzabile in un termine spaziale e un termine temporale e consideriamo solo il secondo. La componente dipendente dal tempo di un impulso può essere scritta come

$$E(t) = \text{Re}[\sqrt{I(t)}\exp(i\omega_0 t - i\varphi(t))], \quad (1.1)$$

dove $I(t)$ è l'intensità in funzione del tempo, $\varphi(t)$ è la fase anch'essa in funzione del tempo e ω_0 è la frequenza portante. Nel grafico in figura 1.1a) sono rappresentati il campo elettrico $E(t)$, la sua ampiezza $\sqrt{I(t)}$ e la sua intensità $I(t)$. La frequenza istantanea dell'impulso è data da

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (1.2)$$

Equivalentemente, si può scrivere l'impulso del dominio delle frequenze:

$$\tilde{E}(\omega) = \sqrt{\tilde{I}(\omega - \omega_0)}\exp(i\tilde{\varphi}(\omega - \omega_0)). \quad (1.3)$$

$\tilde{E}(\omega)$ è la trasformata di Fourier di $E(t)$, $\sqrt{\tilde{I}(\omega - \omega_0)}$ è l'ampiezza spettrale e $\tilde{\varphi}(\omega - \omega_0)$ è la fase spettrale.

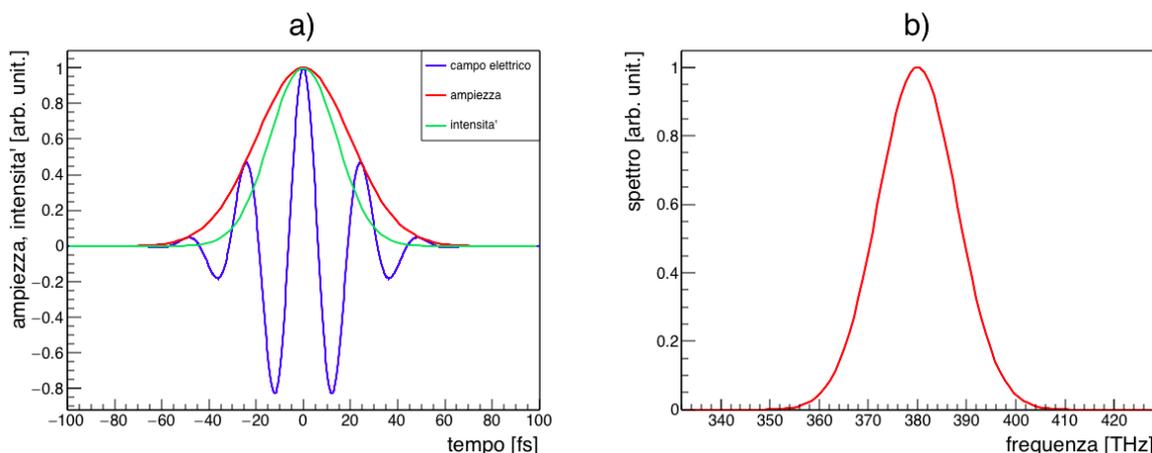


Figura 1.1: a) Campo elettrico $E(t)$, ampiezza $\sqrt{I(t)}$ e intensità $I(t)$. b) Spettro $\tilde{I}(\omega - \omega_0)$.

1.1.2 La fase

La fase dell'impulso contiene l'informazione sulla dipendenza della frequenza dal tempo.

In figura 1.2 sono rappresentati alcuni andamenti significativi per la fase e il corrispondente effetto sull'impulso.

Nel grafico 1.2a) è mostrata una fase spettrale costante: come si vede nella figura 1.2b), che rappresenta l'impulso nel dominio temporale, essa descrive un impulso in cui la frequenza non varia nel tempo. Si parla in questo caso di fase all'ordine zero; è anche detta "fase assoluta" ed ha lo stesso valore sia nel dominio dei tempi sia nel dominio delle frequenze; questo perchè una fase all'ordine zero è semplicemente un fattore moltiplicativo costante e la trasformata di Fourier è lineare, per cui la trasformata di Fourier di una costante per una funzione è uguale alla costante moltiplicata per la trasformata di Fourier della funzione.

Una fase lineare in t corrisponde a una traslazione in frequenza; viceversa, una fase lineare in ω rappresenta una traslazione dell'impulso nel tempo, come mostrato in figura 1.2 c-d).

In figura 1.2e-h) si osserva come un impulso con un andamento quadratico della fase spettrale presenta una variazione lineare della frequenza nel tempo. La variazione di frequenza nel tempo è chiamata *chirp*. Quando la frequenza aumenta con il tempo si parla di "chirp positivo" (grafici e-f)), per una frequenza decrescente si parla di "chirp negativo" (grafici g-h)). Se la fase è puramente quadratica si è in presenza di "chirp lineare", mentre ordini successivi nella fase spettrale vengono detti "chirp non lineari".

La presenza di termini al secondo ordine o ad ordini successivi nella fase spettrale modifica la durata temporale dell'impulso, allungandola. Per un dato spettro, quindi, gli impulsi con la durata temporale minore sono quelli con la fase spettrale costante. Un impulso con la minor durata temporale possibile per un dato spettro è detto *transform limited* o *Fourier limited*.

L'andamento della fase spettrale viene modificato quando l'impulso si propaga attraverso un materiale. A causa della dispersione, infatti, all'interno di un mezzo con indice di rifrazione monotono decrescente in funzione della lunghezza d'onda, le frequenze più basse si propagano più velocemente rispetto alle frequenze più alte. In questo modo, partendo

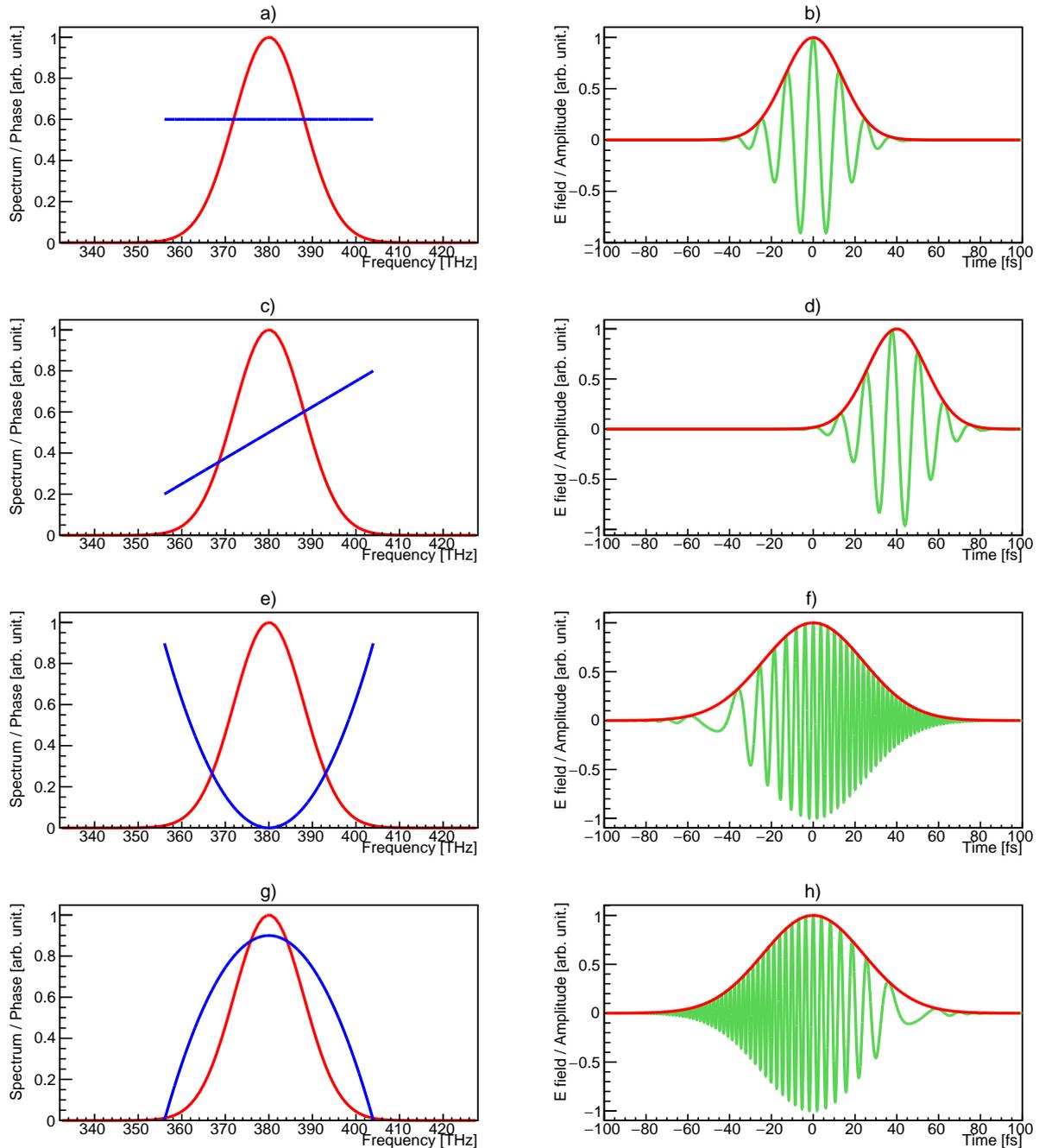


Figura 1.2: In questa immagine vengono rappresentati in modo qualitativo gli effetti della fase sull'impulso. Nei grafici a sinistra sono rappresentati spettro (in rosso) e fase (in blu) dell'impulso nel dominio delle frequenze. Nelle figure a destra sono riportati il campo elettrico (in verde) e la sua ampiezza (in rosso) nel dominio dei tempi. Si osserva che una fase spettrale lineare dà una traslazione in tempo e che una fase quadratica dà un impulso chirpato e di durata temporale maggiore.

da un impulso transform limited, la durata in tempo dell'impulso aumenta e l'andamento della sua fase diventa non lineare.

E' importante, infine, notare che la fase introdotta nel paragrafo precedente, che sia essa espressa nel dominio dei tempi o delle frequenze, non ha alcun significato dove l'intensità del campo va a zero. Questo è dovuto semplicemente al fatto che non ha senso

definire la direzione di un vettore di modulo nullo.

1.1.3 Misure di impulsi laser ultracorti

Caratterizzare completamente un impulso vuol dire, quindi, misurare la quantità complessa $E(t)$ o, analogamente, $\tilde{E}(\omega)$. Significa cioè misurare sia l'intensità sia la fase, espresse in uno dei due domini (dei tempi o delle frequenze).

Le tecnologie precedenti all'introduzione del FROG consistevano principalmente in spettrometri e autocorrelatori. Lo spettrometro opera nel dominio delle frequenze e misura lo spettro, ovvero la quantità

$$\tilde{I}(\omega - \omega_0) = |\tilde{E}(\omega)|^2.$$

Ciò non rende possibile alcuna misura della fase spettrale; ci sono, infatti, infinite fasi spettrali che un impulso può avere per un dato spettro.

L'autocorrelatore, viceversa, lavora nel dominio dei tempi e fornisce una stima della durata temporale dell'impulso. La definizione tipicamente usata per la durata temporale è la larghezza a metà altezza (*full width half maximum*) della curva dell'intensità $I(t)$. Per calcolarne una stima, l'autocorrelatore misura la funzione di autocorrelazione di intensità

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau)dt. \quad (1.4)$$

Tale misura viene effettuata dividendo il fascio in due, introducendo un ritardo temporale τ tra i due impulsi e sovrapponendo i due fasci in un mezzo non lineare. Siccome non si osserva segnale in uscita se non c'è sovrapposizione temporale tra i due impulsi, la misura di $A(\tau)$ contiene informazioni sulla durata temporale dell'impulso. L'autocorrelatore però, anche con la misura aggiuntiva dello spettro dell'impulso, non fornisce informazioni sufficienti a determinare in modo completo l'impulso.

1.2 Ottica non lineare

L'autocorrelatore introdotto nel paragrafo precedente è basato sulla sovrapposizione di due impulsi in un mezzo non lineare. Viene quindi qui introdotta l'ottica non lineare. Nel paragrafo successivo si vedrà come anche la tecnica del FROG ne sfrutta alcuni fenomeni. Tra i numerosi effetti dati dalla risposta non lineare di un mezzo, ci si sofferma qui sulla generazione di seconda armonica perchè è questo il fenomeno che è stato utilizzato per la realizzazione del FROG.

1.2.1 Suscettività non lineare

In generale, la relazione tra la polarizzazione P di un mezzo dielettrico e il campo elettrico E può essere scritta nella forma

$$P = \epsilon_0\chi^{(1)}E + \epsilon_0\chi^{(2)}E^2 + \epsilon_0\chi^{(3)}E^3 + \dots \quad (1.5)$$

dove $\chi^{(1)}$ è la suscettività elettrica "lineare", $\chi^{(2)}$ è la suscettività elettrica non lineare al secondo ordine e così via per i termini successivi. Si è qui considerato, per semplicità, la parte scalare di P ed E . Nella trattazione vettoriale dell'ottica non lineare, $\chi^{(2)}$ diventa un tensore di rango due, $\chi^{(3)}$ un tensore di rango tre e così via. Le suscettività non lineari hanno tipicamente valori piccoli. Per questo, il primo termine $\epsilon_0\chi^{(1)}E$ che descrive la

risposta lineare del mezzo, rappresenta una buona approssimazione di P in presenza di campi poco intensi. Quando invece si utilizzano fasci molto intensi, come quelli prodotti da potenti laser impulsati, è necessario tenere conto anche della risposta non lineare del mezzo. Si può scrivere

$$\begin{aligned} P^{(1)} &= \epsilon_0 \chi^{(1)} E, \\ P^{(2)} &= \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2, \\ &\vdots \\ P^{(n)} &= \epsilon_0 \chi^{(n)} E^n, \end{aligned} \tag{1.6}$$

dove per $n \geq 2$, $P^{(n)}$ è detta polarizzazione non lineare all' n -esimo ordine.

1.2.2 Propagazione delle onde in un mezzo non lineare

Si vuole ora ricavare l'equazione delle onde in un mezzo non lineare a partire dalle equazioni di Maxwell.

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \tag{1.7}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{1.8}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{1.9}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}. \tag{1.10}$$

Consideriamo una regione di spazio priva di cariche libere,

$$\rho = 0, \tag{1.11}$$

e priva di correnti libere,

$$\mathbf{J} = 0. \tag{1.12}$$

Assumiamo inoltre che $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Il campo di spostamento elettrico \mathbf{D} è dato da

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \tag{1.13}$$

dove la polarizzazione \mathbf{P} per un mezzo non lineare può essere scritta come somma di un termine lineare nel campo elettrico e di un termine non lineare

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \mathbf{P}^{NL}. \tag{1.14}$$

Sostituendo questa espressione nella 1.13 si trova:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} + \mathbf{P}^{NL}, \tag{1.15}$$

dove $\epsilon_r = 1 + \chi^{(1)}$ è la permittività relativa. Si può, quindi, riscrivere la quarta equazione di Maxwell come

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}^{NL}}{\partial t}. \tag{1.16}$$

Calcolandone la derivata rispetto al tempo e utilizzando la terza equazione di Maxwell, si ottiene

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} = -\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}). \tag{1.17}$$

Facendo poi uso dell'identità

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}, \quad (1.18)$$

l'equazione 1.17 diventa

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}). \quad (1.19)$$

Dalla prima equazione di Maxwell con $\rho = 0$ si ha

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \nabla \cdot \mathbf{P}^{NL}. \quad (1.20)$$

Per un'onda uniforme trasversa $\nabla \cdot \mathbf{P}^{NL} = 0$, e quindi anche $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$; più in generale, anche se non è identicamente nullo, si può mostrare che il termine $\nabla \cdot \mathbf{E}$ è piccolo da poter essere trascurato nei casi di interesse. Con questa approssimazione quindi, si ottiene, infine, l'equazione che descrive la propagazione delle onde in un mezzo non lineare:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2}. \quad (1.21)$$

Il termine $\partial^2 \mathbf{P}^{NL} / \partial t^2$ nella 1.21 rappresenta il termine sorgente dei fenomeni dell'ottica non lineare; vedremo nel prossimo paragrafo come esso sia responsabile della generazione di nuovi campi elettrici all'interno del mezzo.

1.2.3 Generazione di seconda armonica

Consideriamo ora la polarizzazione non lineare al secondo ordine. Supponiamo che un campo elettrico

$$\tilde{E}(t) = E e^{-i\omega t} + c.c. \quad (1.22)$$

sia incidente su un cristallo con $\chi^{(2)}$ non nulla. Il termine di polarizzazione non lineare al secondo ordine è dato da

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = 2\epsilon_0 \chi^{(2)} E E^* + (\epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 e^{-2i\omega t} + c.c.). \quad (1.23)$$

$\tilde{P}^{(2)}(t)$ ha cioè un contributo a frequenza nulla e un contributo a frequenza 2ω . Dalla 1.21 si vede, quindi, che il secondo termine nella 1.23 porta alla generazione di radiazione alla frequenza 2ω . Questo processo è detto *generazione di seconda armonica*. Il primo termine, invece, non determina generazione di radiazione elettromagnetica perchè la sua derivata seconda rispetto al tempo è nulla.

La generazione di seconda armonica può essere visualizzata in termini di fotoni: due fotoni a frequenza ω vengono distrutti e contemporaneamente viene creato un fotone a frequenza 2ω . In figura 1.3 è mostrata la geometria della generazione di seconda armonica: dato un fascio incidente a frequenza ω , in uscita si osserva, oltre al fascio alla stessa frequenza del campo incidente, un fascio alla frequenza doppia 2ω .

Consideriamo ora il caso più generale in cui vi sono due fasci incidenti

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1(t) &= E_1 e^{-i\omega_1 t} + c.c., \\ \tilde{E}_2(t) &= E_2 e^{-i\omega_2 t} + c.c. \end{aligned} \quad (1.24)$$

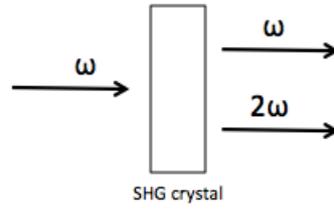


Figura 1.3: Generazione di seconda armonica.

La polarizzazione non lineare al secondo ordine è data da

$$\begin{aligned} \tilde{P}^2(t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} [E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} \\ + 2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c.] + 2\epsilon_0 \chi^{(2)} [E_1 E_1^* + E_2 E_2^*] \end{aligned} \quad (1.25)$$

Nel caso degenere $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ vi è generazione di radiazione a frequenza 2ω anche dall'interazione tra i due campi. Nel caso di due fasci incidenti, quindi, si può avere generazione di seconda armonica sia in geometria collineare, sia in geometria non collineare (figura 1.4). In quest'ultimo caso c'è un angolo θ tra i due fasci incidenti, come mostrato in figura 1.4a). Nel caso di fasci collineari c'è un segnale di background proveniente dalla generazione di seconda armonica dei due singoli fasci anche quando i due impulsi non giungono sul cristallo nello stesso istante; nella configurazione non collineare, invece, si ha segnale di seconda armonica solo quando c'è sovrapposizione spaziale e temporale dei due impulsi.

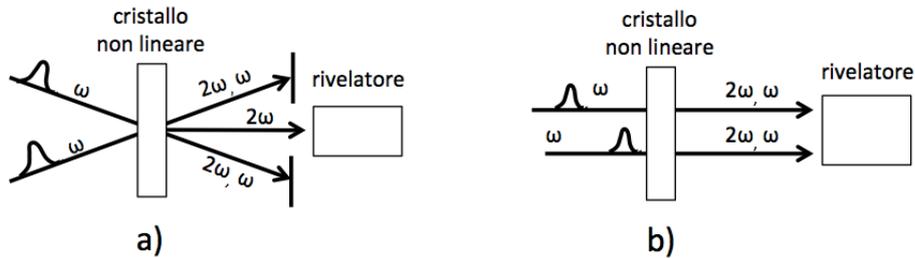


Figura 1.4: Geometrie per la generazione di seconda armonica: a) fasci non collineari; b) fasci collineari.

Si deve, infine, considerare che il processo di generazione di seconda armonica è efficace solo se le onde generate hanno la stessa relazione di fase lungo tutto il cristallo, in modo tale che i campi si sommino in modo costruttivo. Siccome, a causa della dispersione, le onde a frequenze diverse si propagano nel mezzo a diverse velocità, l'onda generata e l'onda incidente si propagano a velocità diverse. In questo caso, dopo un certa distanza, la polarizzazione genera nuova luce che è fuori fase rispetto a quella creata prima; così facendo, al posto di produzione di maggior luce, i due contributi si cancellano. Si ha quindi un'efficace generazione di seconda armonica solo ponendo il sistema in condizioni di *phase-matching*: nel caso generale di un fascio di vettore d'onda \mathbf{k}_3 generato dalla sovrapposizione di due fasci con vettori d'onda \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 , la condizione di phase-matching è data da

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2. \quad (1.26)$$

Tale condizione è difficile da ottenere perchè l'indice di rifrazione n presenta l'effetto della dispersione, per cui n è una funzione della frequenza. Per fasci collineari, la condizione 1.26 è data da

$$\frac{n_1\omega_1}{c} + \frac{n_2\omega_2}{c} = \frac{n_3\omega_3}{c}. \quad (1.27)$$

Nel caso di generazione di seconda armonica, in cui $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ e $\omega_3 = 2\omega$, questa condizione diventa

$$n(\omega) = n(2\omega), \quad (1.28)$$

che non può essere ottenuto per n monotono crescente in funzione di ω . Per avere le condizioni di phase-matching si fa allora uso di cristalli che presentano il fenomeno della birifrangenza. In questo modo la condizione di phase-matching si ottiene ad una particolare orientazione del cristallo non lineare; si vuole, cioè, che l'onda a frequenza più bassa sia polarizzata lungo la direzione caratterizzata dall'indice di rifrazione maggiore tra i due possibili. Nel caso in cui l'indice di rifrazione ordinario n_o e l'indice di rifrazione straordinario n_e sono tali che $n_o < n_e$, la condizione 1.28 diventa

$$n_e(\omega) = n_o(2\omega). \quad (1.29)$$

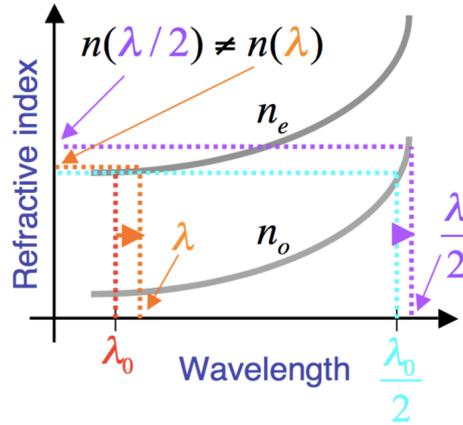


Figura 1.5: Andamenti degli indici di rifrazione ordinario e straordinario in un cristallo non lineare. La condizione di phase-matching vale in maniera esatta solo per una lunghezza d'onda λ_0 .

La figura 1.5 mostra gli andamenti degli indici di rifrazione n_o e n_e di un cristallo non lineare; si osserva che la condizione 1.29 vale in maniera esatta solo per una particolare lunghezza d'onda λ_0 , mentre per le lunghezze d'onda attorno a λ_0 la condizione vale in modo approssimato. Siccome un impulso ultracorto contiene molte frequenze, è spesso difficile riuscire ad ottenere, in modo approssimato, il phase-matching per tutte le frequenze dell'impulso. L'intervallo di lunghezze d'onda per le quali il sistema è approssimativamente in condizioni di phase-matching, è detto "larghezza di banda di phase-matching" ed aumenta al diminuire dello spessore del cristallo.

1.3 Frequency Resolved Optical Gating

Disponiamo a questo punto degli elementi necessari per descrivere il funzionamento del FROG. La tecnica del FROG propone la misura dello spettrogramma dell'impulso $E(t)$,

ossia della quantità

$$S(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(t)g(t - \tau)\exp(-i\omega t)dt \right|^2, \quad (1.30)$$

dove g è una funzione di gate, e τ è il ritardo temporale tra il campo E e la funzione di gate g . Come funzione di gate si utilizza un impulso che abbia una durata temporale pari o leggermente inferiore a quella dell'impulso che si vuole misurare. In un esperimento FROG si utilizza come gate l'impulso stesso. Come in un autocorrelatore, è necessario un processo non lineare per eseguire il gating. Se il segnale di un autocorrelatore basato sulla generazione di seconda armonica (SHG) viene risolto spettralmente, si ottiene la quantità

$$I_{FROG}^{SHG}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E(t - \tau)\exp(-i\omega t)dt \right|^2, \quad (1.31)$$

che corrisponde allo spettrogramma dato dalla 1.30 con funzione di gate

$$g(t - \tau) = E(t - \tau). \quad (1.32)$$

La tecnica del FROG, quindi, corrisponde ad un autocorrelatore risolto spettralmente. La misura della quantità $I_{FROG}^{SHG}(\omega, \tau)$ è sufficiente per caratterizzare completamente $E(t)$. Vedremo nel capitolo 4 come, a partire dallo spettrogramma misurato, si possa utilizzare un algoritmo iterativo per determinare intensità e fase dell'impulso.

Per effettuare la misure di $I_{FROG}^{SHG}(\omega, \tau)$ si sfrutta un fenomeno dell'ottica non lineare: lo spettrogramma che si misura è quello generato nel mezzo non lineare dall'interazione dell'impulso con l'impulso stesso, ritardato di un tempo variabile τ . Si vuole, quindi, sovrapporre nel mezzo non lineare due impulsi, caratterizzati dai vettori d'onda \mathbf{k}_{pulse} e \mathbf{k}_{gate} . Per quanto spiegato nel paragrafo precedente, la sovrapposizione tra i due impulsi deve avvenire in geometria non collineare. Se tra i due impulsi c'è sovrapposizione sia spaziale sia temporale, per mezzo del processo non lineare viene prodotto un segnale $E_{sig}(t, \tau) = E(t)g(t - \tau)$. Il segnale è massimo quando i due impulsi si sovrappongono completamente ($\tau = 0$), e va a 0 quando non c'è sovrapposizione temporale. Variando la distanza temporale τ e misurando, per ciascuna di esse, lo spettro di E_{sig} , si può costruire lo spettrogramma dato dalla 1.30. La relazione tra la funzione di gate e il campo incidente varia a seconda del processo non lineare utilizzato. Esistono, infatti, diverse geometrie possibili dell'apparato sperimentale che permettono di fare misure di questo tipo; geometrie diverse sfruttano diversi processi non lineari e sono caratterizzati da una diversa funzione di gate [1]. Per un SHG FROG (second-harmonic-generation FROG) si ha $g(t - \tau) = E(t - \tau)$, per cui lo spettrogramma che viene misurato è dato dalla 1.31. Siccome un dispositivo FROG non lavora né nel dominio dei tempi né nel dominio delle frequenze, ma piuttosto nel "dominio dei tempi e delle frequenze", per fare la misura sono necessarie sia risoluzione temporale sia risoluzione spettrale.

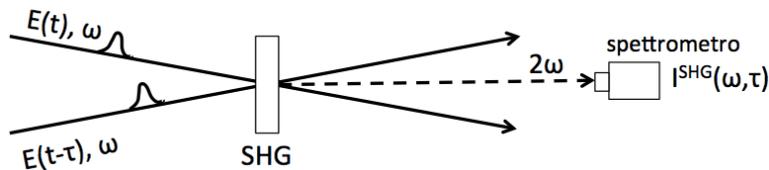


Figura 1.6: Rappresentazione schematica di un SHG FROG.

In figura 1.6 è mostrato schematicamente come viene eseguita una misura FROG: si divide il fascio in due per mezzo di un beam splitter, si ritarda di un tempo controllabile uno dei due impulsi rispetto all'altro, si fanno incidere non collinearmente i due fasci su un cristallo che dia generazione di seconda armonica e si utilizza uno spettrometro per misurare, per ogni ritardo tra i due impulsi, lo spettro della seconda armonica generata. In questo modo si può costruire una mappa, detta *FROG trace*, che rappresenta lo spettrogramma della seconda armonica generata dall'interazione tra i due fasci.

In figura 1.7 sono riportati due esempi di traccie FROG, simulate per un impulso gaussiano; la figura 1.7a) rappresenta la traccia FROG di un impulso transform limited di 75 fs , mentre l'impulso di figura 1.7b) presenta un chirp lineare ed ha quindi una durata temporale maggiore rispetto al primo. Nelle traccie FROG mostrate, lungo l'asse delle x c'è il ritardo temporale τ tra i due impulsi, lungo l'asse delle y c'è la lunghezza d'onda λ . Siccome il FROG consiste in un autocorrelatore in cui il segnale viene risolto spettralmente, integrando la FROG trace lungo l'asse spettrale si ottiene il segnale di autocorrelazione.

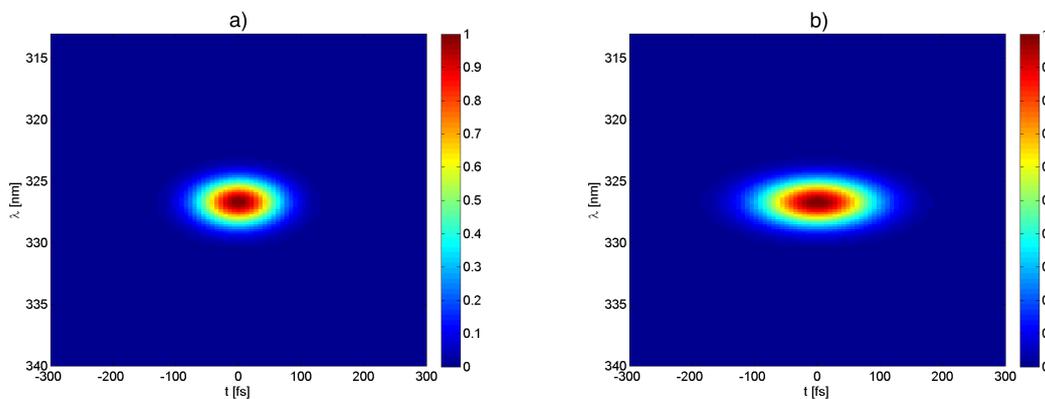


Figura 1.7: Esempi di traccie SHG FROG: a) impulso gaussiano transform limited, b) impulso gaussiano con chirp lineare.

La tecnica del FROG è molto accurata perchè non richiede alcuna approssimazione. La geometria da noi utilizzata sfrutta il processo di generazione di seconda armonica. Questa tipologia di FROG, utilizzando un processo non lineare al secondo ordine, genera traccie più intense rispetto altre geometrie che, invece, richiedono fenomeni al terzo ordine [1]. SHG FROG fornisce degli spettrogrammi misurati che sono simmetrici rispetto al ritardo tra i due impulsi. Questo implica un'ambiguità nella direzione del tempo; $E(t)$ ed $E(-t)$ generano cioè lo stesso spettrogramma. Vedremo come questa ambiguità può facilmente essere rimossa effettuando una seconda misura dell'impulso dopo che questo è stato modificato in un modo noto, ad esempio facendo passare il fascio attraverso un vetro e introducendo così un chirp.

Capitolo 2

Costruzione di un FROG

In questo capitolo viene presentato l'apparato sperimentale realizzato. Per prima cosa vengono descritti gli elementi costituenti del setup e il percorso del fascio di luce all'interno dello strumento; si presenta, poi, il software scritto in linguaggio LabVIEW per eseguire le misure, descrivendo i controlli lasciati all'utente e il procedimento di misura.

2.1 Hardware

L'apparato sperimentale realizzato è schematizzato in figura 2.1. L'intero setup è stato fissato su una board di dimensioni $20\text{cm} \times 25\text{cm}$, in modo tale da poter muovere lo strumento per utilizzarlo nelle misure di impulsi generati da laser diversi.

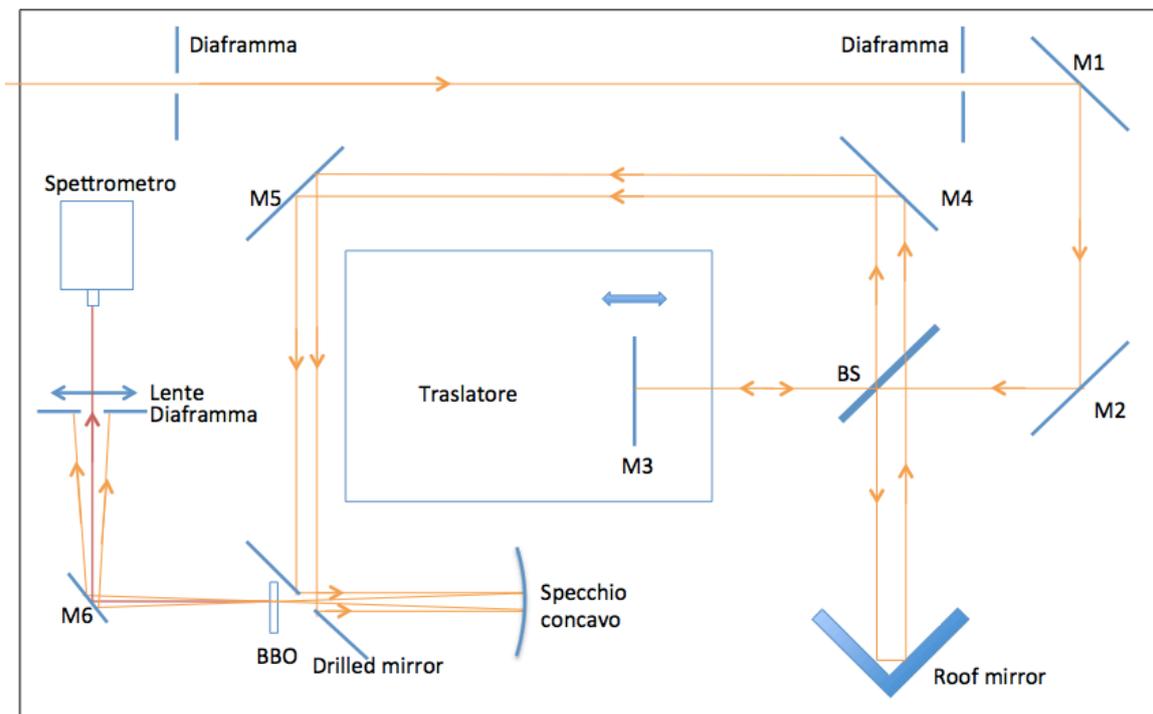


Figura 2.1: Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale. BS=beam splitter. M=specchio.

Gli elementi costituenti sono i seguenti:

Diaframmi Il fascio in ingresso viene fatto passare attraverso due aperture. I due diaframmi, fissati alla massima distanza possibile tra loro, servono a definire un direzione, in modo tale da poter allineare il fascio incidente ogni volta che si sposti il setup del FROG da un laser ad un altro.

Beam-splitter Come spiegato nel capitolo precedente, la tecnica del FROG prevede di sovrapporre l'impulso che si vuole misurare con l'impulso stesso; si utilizza quindi un beam splitter 50 : 50 per separare il fascio in due.

Roof mirror Il roof mirror è costituito da due specchi posti a 90° l'uno rispetto all'altro, in modo tale che il raggio riflesso sia parallelo a quello incidente ma traslato nello spazio. Questo permette di avere i due fasci, che sono stati divisi per mezzo del beam-splitter, separati e paralleli tra loro. In questo modo i due fasci attraversano la stessa quantità di vetro; ciò è importante nella tecnica del FROG perchè si vuole sovrapporre nel mezzo non lineare due impulsi che siano deformati il meno possibile rispetto all'impulso incidente e che siano uguali tra loro. Inoltre, è anche importante che i due impulsi siano uguali in intensità; passando due volte per il beam splitter, entrambi vengono una volta riflessi e una volta trasmessi, così che, anche se il beam splitter non è esattamente 50 : 50, l'errore si cancella.

Traslatore Viene utilizzata una slitta sulla quale è fissato uno specchio per ritardare in modo controllato uno dei impulsi. La slitta deve essere fissata in modo da essere parallela al fascio incidente, e con lo specchio ortogonale ad esso. In questo modo, ad una traslazione di una quantità Δx della slitta corrisponde una traslazione dell'impulso su essa incidente di una lunghezza $2\Delta x$; il ritardo temporale così introdotto è dato da

$$\Delta t = \frac{2\Delta x}{c},$$

dove c è la velocità della luce. La lunghezza minima di cui può traslare la slitta utilizzata è $0.05 \mu m$, per cui la massima risoluzione temporale (minimo ritardo che si può introdurre ad ogni step) che si può raggiungere con questa slitta è di $0.33 fs$.

Specchio concavo I due impulsi vengono fatti incidere su uno specchio focalizzante in modo tale da rendere i due fasci non collineari e focalizzarli, sovrapposti, nel cristallo non lineare per avere generazione di seconda armonica.

BBO Il BBO (*β -barium borate*) è un mezzo non lineare utilizzato per la generazione di seconda armonica. Esso viene fissato su un montaggio che può essere ruotato per poter ottenere le condizioni di phase-matching. Il BBO utilizzato deve essere sufficientemente sottile, perchè la larghezza di banda per la quale si hanno buone condizioni di phase matching è inversamente proporzionale allo spessore del cristallo. Per poter raddoppiare le frequenze dell'intero spettro dell'impulso che si vuole misurare si deve avere una sufficiente larghezza di banda all'interno della quale si ha

generazione di seconda armonica. Quindi, se il cristallo è troppo spesso lo spettrogramma misurato sarà troppo sottile lungo l'asse spettrale.

Spettrometro Si utilizza, infine, uno spettrometro per misurare lo spettro della seconda armonica generata per ogni ritardo tra i due impulsi. Volendo misurare solo il segnale generato dall'interazione tra i due fasci, si usa un'iride per selezionare solo il fascio di interesse, che viene quindi focalizzato sulla fibra ottica dello spettrometro per mezzo di una lente.

Siccome si vuole avere sovrapposizione temporale tra i due impulsi, si deve tenere conto che le lunghezze percorse dai due fasci dopo essere stati separati dal beam splitter devono essere uguali. Per prima cosa, quindi, si cerca di fissare le ottiche in modo che questa condizione sia verificata entro la precisione di un centimetro. Poi, assicurandosi che ci sia sovrapposizione spaziale tra i due fasci nel BBO, si muove la slitta per trovare la posizione di zero-delay, che sarà la posizione della slitta alla quale si ha la massima generazione di seconda armonica data dall'interazione tra i due diversi fasci all'interno del BBO. Durante la misura la slitta compirà una scansione attorno a questa posizione.

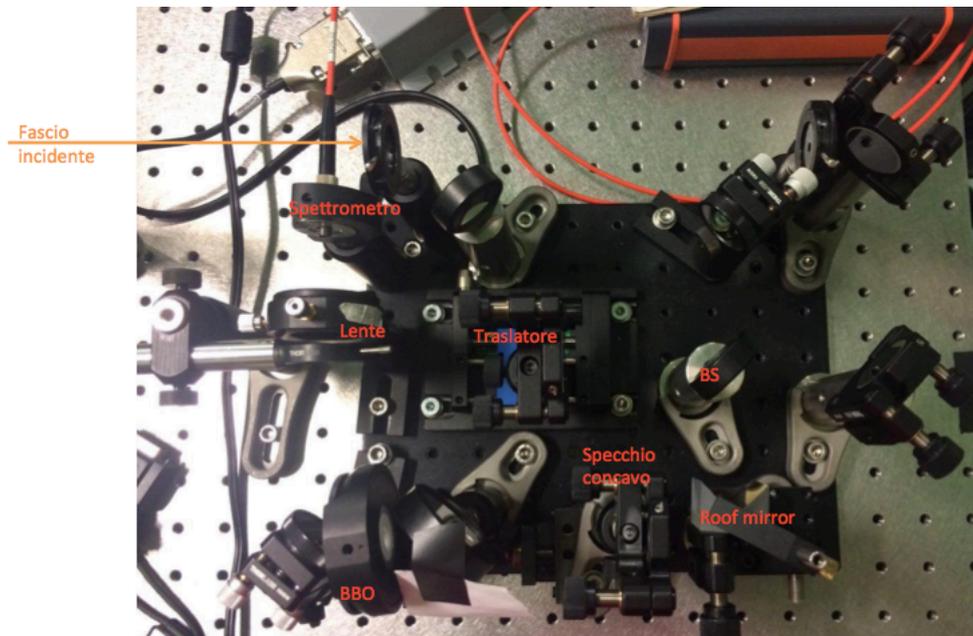


Figura 2.2: Foto del setup realizzato.

Le difficoltà di realizzazione del setup, mostrato nella foto in figura 2.2, sono principalmente dovute alle ridotte dimensioni della board sulla quale devono essere fissati tutti i componenti ottici. Sono quindi state provate diverse configurazioni degli elementi costituenti prima di convergere alla geometria ottimale.

2.2 Software

Per eseguire la misura è stato scritto un programma in linguaggio LabVIEW che permette di controllare il moto del traslatore, l'acquisizione dello spettro e il salvataggio dei dati. I controlli che vengono lasciati all'utente sono:

- zero-delay: la posizione della slitta che corrisponde allo zero-delay tra i due impulsi deve essere inserita dall'utente per poter eseguire una scansione della slitta attorno a questa posizione;
- Δt_{TOT} : intervallo temporale totale di cui viene ritardato l'impulso tra la prima e l'ultima misura dello spettro; deve essere sufficientemente lungo - tipicamente dell'ordine delle centinaia di femtosecondi - per poter misurare l'intero spettrogramma;
- N_{STEP} : l'utente può scegliere il numero di passi in cui eseguire la scansione e quindi il numero di misure di spettro effettuate;

Il programma a partire da questi dati, calcola la lunghezza della scansione, cioè quanto in totale viene mossa la slitta intorno alla posizione di zero-delay,

$$\Delta x_{TOT} = \frac{c\Delta t_{TOT}}{2},$$

la lunghezza di ogni step

$$\Delta x_{STEP} = \frac{\Delta x_{TOT}}{N_{STEP}},$$

e la posizione iniziale della slitta da cui cominciare la misura. Valori tipici per queste quantità, ad esempio, sono:

$$\begin{aligned}\Delta t_{TOT} &= 300 fs, \\ \Delta x_{TOT} &= 45 \mu m, \\ N_{STEP} &= 450, \\ \Delta x_{STEP} &= 0.1 \mu m.\end{aligned}$$

Il programma, quindi, manda la slitta nella posizione iniziale e comincia un ciclo che si ripete per N_{STEP} volte: la slitta viene mossa di Δx_{STEP} , quando la slitta ha terminato il moto di un passo viene misurato lo spettro. Con lo spettro misurato ad ogni passo si va a riempire una matrice di dimensioni $N_{STEP} \times N_{PIXEL}$, dove N_{PIXEL} è il numero di pixel dello spettrometro. L' i -esima riga di questa matrice, detta *FROG trace*, rappresenta lo spettro misurato all' i -esimo step. La matrice viene, infine, salvata su file per poter poi fare l'analisi dei dati. Siccome l'algoritmo richiede di partire da una matrice quadrata, l'utente deve scegliere la dimensione N della matrice e individuare il punto centrale della FROG trace attorno al quale viene selezionata e salvata una matrice $N \times N$.

Capitolo 3

Commissioning e misure sperimentali

In questo capitolo vengono presentate le misure sperimentali più significative tra quelle realizzate per testare lo strumento. In particolare vengono descritti tre set di misure. Nel primo viene eseguita una misura FROG su un impulso laser a 760 nm prima e dopo essere stato modificato facendo passare il fascio attraverso un vetro. Nel secondo set di misure vengono realizzate misure su impulsi con chirp diversi, prodotti per mezzo di un compressore a due prismi. Nel terzo set di misure sono stati caratterizzati impulsi che sono stati modificati per mezzo di un pulse shaper. Le misure qui presentate sono analizzate nel capitolo 4.

3.1 Misura di un impulso a 760 nm

E' stata realizzata una misura di un impulso laser a 760 nm . Sono state fatte due misure dello stesso impulso; a differenza della prima, nella seconda misura il fascio attraversa un vetro di 1 cm di spessore prima di entrare nello strumento. In questo modo si può osservare come viene modificato l'impulso. Ci si aspetta che la durata temporale dell'impulso e la sua fase spettrale vengano variate, mentre lo spettro resti lo stesso. Nel paragrafo 1.3 abbiamo visto che le misure FROG che sfruttano la generazione di seconda armonica sono sempre caratterizzate da un'ambiguità sulla direzione del tempo, perchè le traccie così prodotte sono simmetriche rispetto all'asse temporale. Vedremo che la seconda misura eseguita con l'aggiunta del vetro permette di eliminare tale ambiguità sulla direzione del tempo per il campo elettrico.

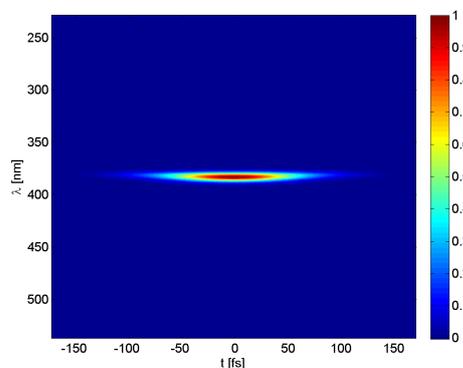


Figura 3.1: Traccia FROG di un impulso a 760 nm .

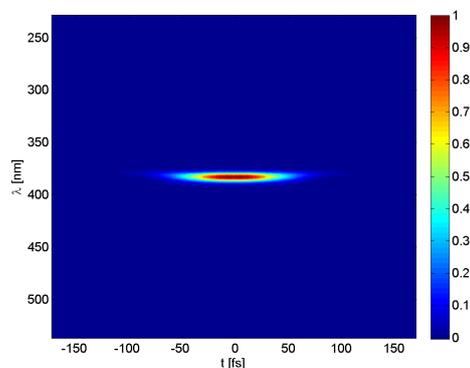


Figura 3.2: Traccia FROG dello stesso impulso che ha attraversato 1 cm di vetro.

Nelle figure 3.1 e 3.2 sono riportate le tracce FROG misurate. La traccia FROG corrisponde allo spettrogramma della seconda armonica generata dall'interazione tra l'impulso che si vuole misurare e l'impulso stesso ritardato di un tempo τ . Nelle figure riportate, quindi, lungo l'asse delle x c'è il ritardo temporale tra i due impulsi in fs , lungo l'asse delle y c'è la lunghezza d'onda in nm .

3.2 Misure con compressore a due prismi

E' stato eseguito un set di misure di impulsi con fasi diverse, modificate per mezzo di un compressore a due prismi. Un compressore è uno strumento ottico che permette di modificare la durata temporale di un impulso, ritardando in maniera diversa le varie componenti spettrali. Per fare questo si deve far percorrere cammini ottici diversi a lunghezze d'onda diverse.

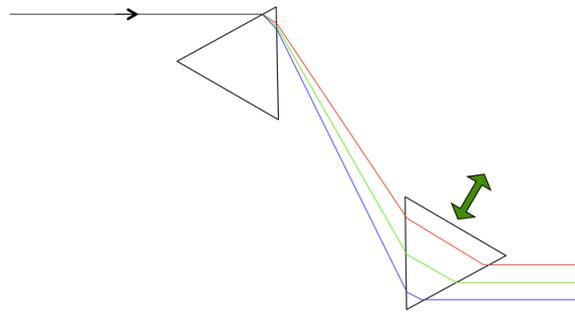


Figura 3.3: Rappresentazione schematica di un compressore a due prismi. Spostando il secondo prisma lungo la direzione indicata dalla freccia si può accorciare o allungare la durata temporale di un impulso.

Esso è tipicamente costituito da due prismi e uno specchio, come mostrato in figura 3.3. In questo modo si possono produrre impulsi compressi (fase spettrale costante) e impulsi con chirp negativi. Variando poi la posizione del secondo prisma si possono produrre impulsi con chirp diversi: aumentando il cammino ottico all'interno del secondo prisma in quantità uguale per tutte le lunghezze d'onda si può passare, partendo da un chirp negativo, ad una fase nulla e poi ad un chirp positivo.

Sono state eseguite 5 misure FROG: la prima alla posizione del secondo prisma alla quale il fascio appariva, ad occhio, il più compresso possibile, poi due misure spostando il prisma in una direzione e altre due spostandolo nella direzione opposta. Ci si aspetta così di ottenere una fase spettrale piatta nel primo caso, due misure con chirp positivo e due misure con chirp negativo. Il parametro utilizzato dal compressore per indicare la posizione del secondo prisma è "*SCMP*", espresso in steps. A $SCMP = 536$ il fascio appare il più compresso. Di seguito sono riportate le tracce FROG misurate.

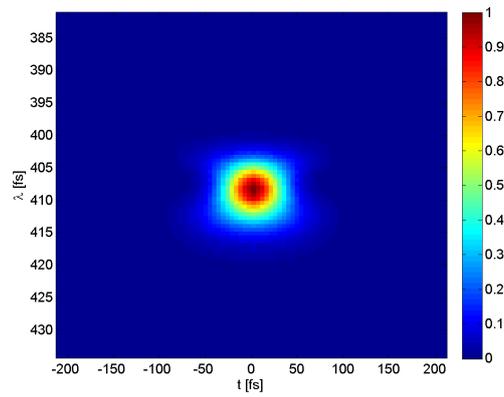


Figura 3.4: Traccia FROG a $SCMP = 536$.

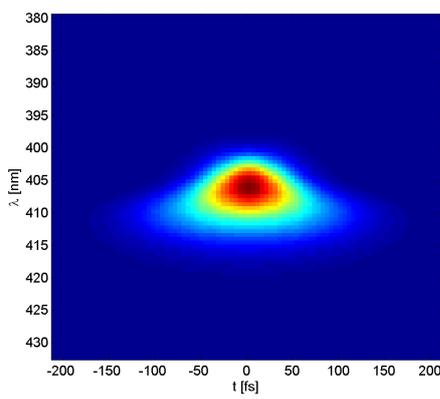


Figura 3.5: Traccia FROG a $SCMP = 606$.

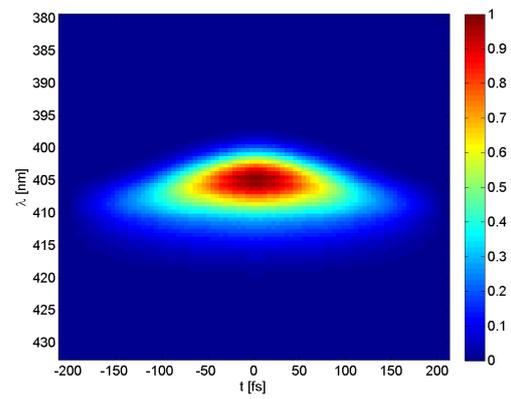


Figura 3.6: Traccia FROG a $SCMP = 676$.

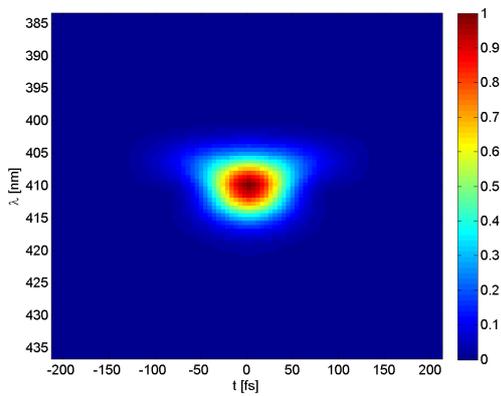


Figura 3.7: Traccia FROG a $SCMP = 466$.

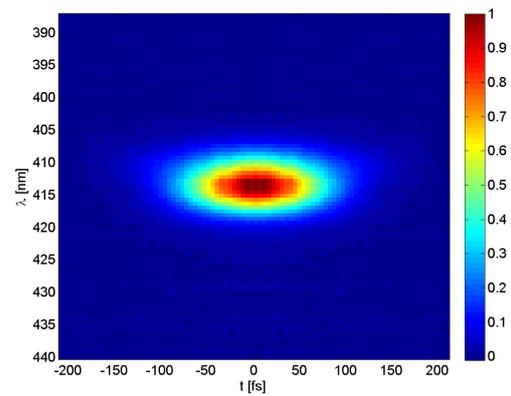


Figura 3.8: Traccia FROG a $SCMP = 396$.

3.3 Misure con pulse shaper

L'ultimo set di misure che presentiamo è costituito da tracce FROG di impulsi su cui sono state fatte operazioni di *pulse shaping*. Il pulse shaping permette di controllare ampiezza e fase spettrale di un impulso; di conseguenza, anche il profilo temporale dell'impulso può essere modificato secondo le necessità. Il pulse shaper utilizzato in questo caso è uno *Spatial Light Modulator* (SLM) [9] con il quale sono state eseguite modulazioni sulla fase spettrale dell'impulso.

Riportiamo qua le misure più significative tra quelle realizzate. Per prima cosa sono state inserite per mezzo del SLM delle fasi quadratiche, di ampiezze e segni diversi, riportate nelle figure 3.9, 3.10, 3.11, 3.12. La fase inserita in funzione della frequenza ν è del tipo $A(\nu - \nu_0)^2$.

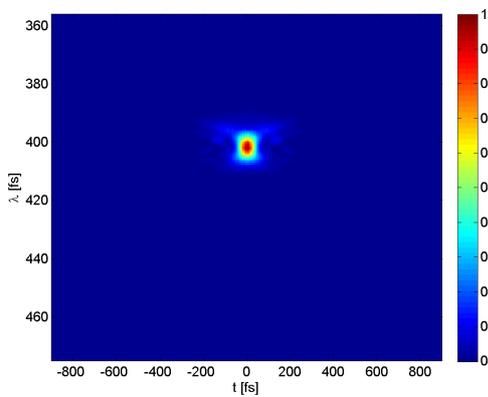


Figura 3.9: Traccia FROG con fase quadratica; $A=-0.05$.

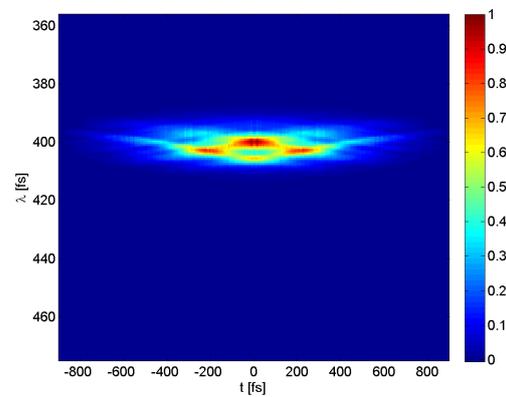


Figura 3.10: Traccia FROG con fase quadratica; $A=-1$.

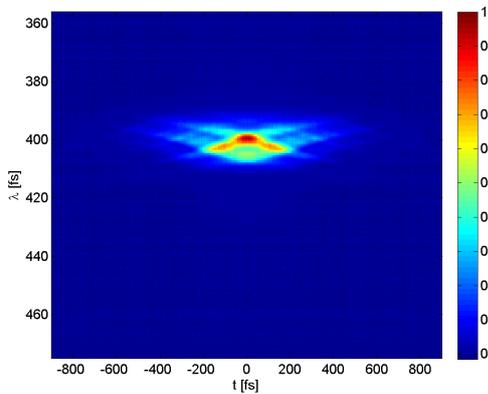


Figura 3.11: Traccia FROG con fase quadratica; $A=-0.5$.

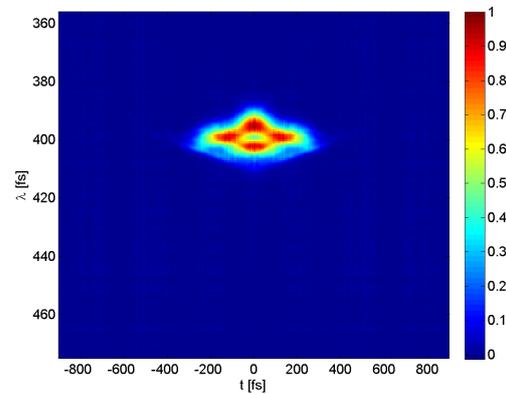


Figura 3.12: Traccia FROG con fase quadratica; $A=0.5$.

Sono stati poi misurati impulsi con modulazione di fase casuale: in figura 3.13 è riportata la traccia FROG di un impulso su cui solo metà fase spettrale è stata modulata; all'impulso della figura 3.14 è invece stata applicata una modulazione casuale dell'intera fase spettrale.

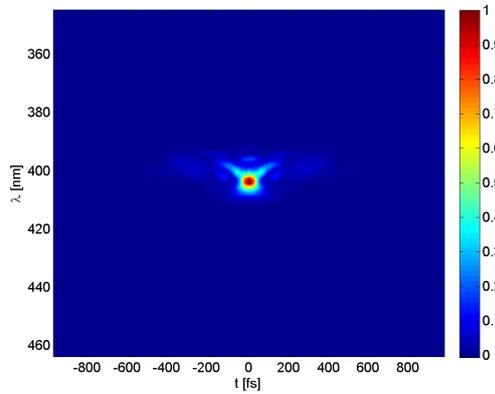


Figura 3.13: Traccia FROG con fase casuale, modulazione di metà fase spettrale.

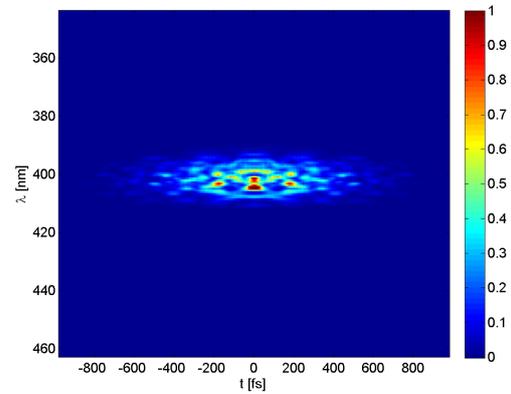


Figura 3.14: Traccia FROG con fase casuale, modulazione di tutta la fase spettrale.

Capitolo 4

Analisi dei dati

In questo capitolo viene descritta l'analisi dei dati. Viene prima descritto l'algoritmo di inversione della traccia del FROG utilizzato e come questo viene implementato. Poi vengono analizzati i risultati sperimentali ottenuti dall'analisi delle misure effettuate e riportate nel capitolo 3.

4.1 Generalized Projections

Il campo elettrico che descrive l'impulso che si vuole misurare può essere ottenuto dalla traccia FROG per mezzo di un algoritmo iterativo. L'algoritmo da noi utilizzato prende il nome di *Generalized Projections Algorithm*.

I dati raccolti con la tecnica del FROG, $I_{FROG}(\omega, \tau)$, come si vede dalla 1.31, sono delle quantità reali, e non contengono quindi un'informazione diretta sulla fase. Lo scopo dell'algoritmo è quello di determinare la fase risolvendo l'equazione

$$\sqrt{I_{FROG}(\omega, \tau)}\phi(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)g(t - \tau)\exp(-i\omega t)dt, \quad (4.1)$$

dove $\phi(\omega, \tau)$ è una funzione complessa di modulo unitario. Le condizioni che devono essere soddisfatte sono:

$$E_{sig}(t, \tau) = E(t)g(t - \tau), \quad (4.2)$$

$$I_{FROG}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{sig}(t, \tau)\exp(-i\omega t)dt \right|^2. \quad (4.3)$$

La prima condizione che il campo di segnale $E_{sig}(t, \tau)$ deve soddisfare, data dalla 4.3, è che il modulo quadro della sua trasformata di Fourier deve corrispondere con la traccia del FROG misurata. La condizione 4.2 indica che $E_{sig}(t, \tau)$ deve essere un campo fisicamente realizzabile per mezzo di un processo non lineare noto. Come mostrato schematicamente in figura 4.1, la soluzione corretta sta nell'intersezione dei due insiemi di campi $E_{sig}(t, \tau)$ che soddisfano separatamente queste due condizioni. Una volta trovata la soluzione corretta per $E_{sig}(t, \tau)$, si può facilmente determinare $E(t)$.

Il processo di inversione opera in modo iterativo. Cominciando da un punto arbitrario, ci si muove sul punto più vicino del primo insieme (proiezione). Dopo di che, si fa una proiezione sul secondo insieme e così via. Dalla figura si vede che, man mano che si procede con le iterazioni, la soluzione di prova si avvicina sempre di più alla soluzione corretta. Questo procedimento è noto come metodo delle proiezioni. Se entrambi gli

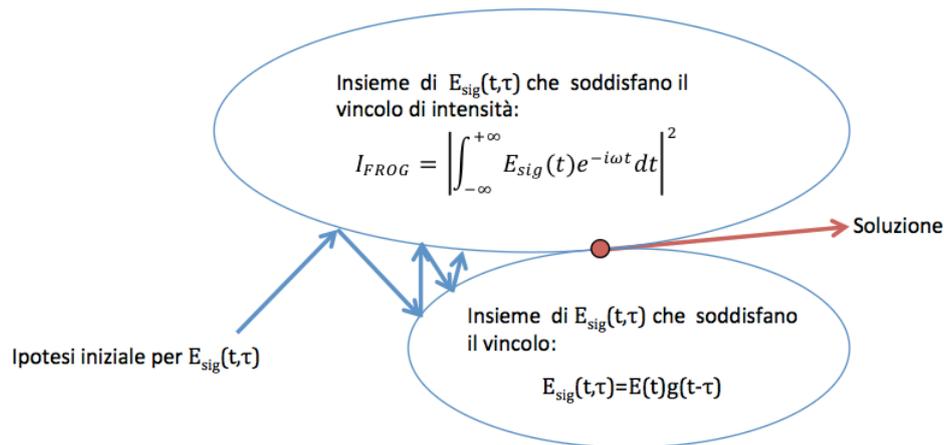


Figura 4.1: Rappresentazione schematica del metodo delle proiezioni.

insiemi sono convessi, la convergenza è garantita. Se uno dei due insiemi non è convesso, non c'è dimostrazione della convergenza dell'algoritmo; in pratica, però, si trova che il procedimento converge nella maggior parte dei casi. Si parla in questo caso di *Generalized Projections* ed è questo il caso del FROG.

4.2 Implementazione dell'algoritmo

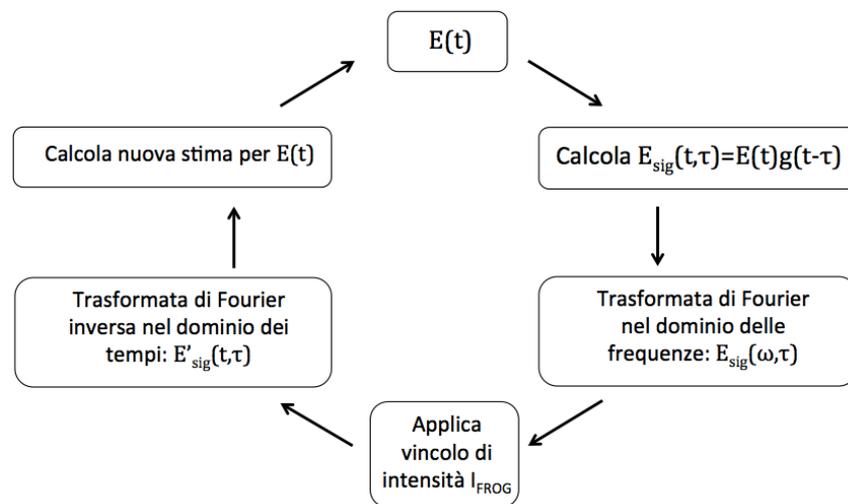


Figura 4.2: Rappresentazione schematica dell'algoritmo iterativo del FROG.

Vediamo ora come viene implementato l'algoritmo. Il procedimento è schematizzato in figura 4.2 e descritto di seguito.

- Per cominciare l'algoritmo si fornisce un'ipotesi iniziale per $E(t)$.
- Utilizzando la condizione 4.2, si calcola $E_{sig}(t, \tau)$, che è un'ipotesi iniziale per il campo di segnale.
- Si determina $E_{sig}(\omega, \tau)$, ossia la trasformata di Fourier di $E_{sig}(t, \tau)$; il modulo quadro di $E_{sig}(\omega, \tau)$ è la traccia FROG del campo di prova $E(t)$.

- Si impone poi il vincolo di intensità 4.3 sostituendo al modulo di $E_{sig}(\omega, \tau)$ la traccia misurata $\sqrt{I_{FROG}(\omega, \tau)}$, mentre la fase della quantità complessa $E_{sig}(\omega, \tau)$ resta invariata:

$$E'_{sig}(\omega, \tau) = \frac{E_{sig}(\omega, \tau)}{|E_{sig}(\omega, \tau)|} [I_{FROG}(\omega, \tau)]^{1/2}. \quad (4.4)$$

Questa operazione costituisce la proiezione sull'insieme dei campi di segnale che soddisfano il primo vincolo, dato dalla 4.3.

- Si opera la trasformata di Fourier inversa ottenendo $E'_{sig}(t, \tau)$ nel dominio dei tempi.
- A partire da $E'_{sig}(t, \tau)$ si determina il campo $E(t)$ che verrà utilizzato come ipotesi iniziale per la prossima iterazione.

Questo vale per qualsiasi algoritmo di inversione della traccia del FROG; i vari algoritmi differiscono tra loro per come $E(t)$ per la prossima iterazione viene calcolato da $E'_{sig}(t, \tau)$. L'algoritmo *Generalized projection* determina il campo per l'iterazione successiva minimizzando la distanza euclidea tra il campo di segnale costruito a partire da $E(t)$ e il campo di segnale che soddisfa il vincolo di intensità, ossia $E'_{sig}(t, \tau)$. Quindi, la quantità

$$Z = \sum_{t, \tau=1}^N |E'_{sig}(t, \tau) - E(t)E(t - \tau)|^2 \quad (4.5)$$

viene minimizzata rispetto a $E(t)$ per determinare il campo $E(t)$ da utilizzare alla prossima iterazione. L'ipotesi iniziale per il campo $E(t)$ può avere un ruolo importante nel determinare la convergenza o meno dell'algoritmo. In particolare l'algoritmo risulta sensibile all'ipotesi iniziale nel caso di impulsi dalla struttura complessa, mentre per impulsi con una forma d'onda semplice la scelta dell'ipotesi iniziale non è estremamente rilevante. Il criterio di convergenza per l'algoritmo è dato dallo scarto quadratico medio (rms) tra la traccia del FROG misurata e quella generata dal campo ricostruito, ossia:

$$G = \left(\frac{1}{N^2} \sum_{\omega, \tau=1}^N [I_{FROG}(\omega, \tau) - |E_{sig}(\omega, \tau)|^2]^2 \right)^{1/2}. \quad (4.6)$$

Il codice utilizzato per l'algoritmo è quello fornito dal gruppo di Rick Trebino del Georgia Institute of Technology [10]. Viene fornita sia una versione GUI (Graphical User Interface) sia una versione non-GUI; è stata utilizzata la seconda versione per poter rendere il procedimento più veloce e automatico e per poter adattare il codice secondo le esigenze. Per poter eseguire l'algoritmo, implementato in linguaggio Matlab, a partire dai dati raccolti, si deve procedere nel seguente modo:

- Calibrazione: si devono passare all'algoritmo, oltre alla traccia FROG, le scale per gli assi delle x e delle y . Quindi, il ritardo temporale introdotto ad ogni step, le lunghezze d'onda corrispondenti a ciascun pixel dello spettrometro e la matrice misurata vengono salvati in un file con estensione .frg.

- Binning: si passa dalla matrice $N \times N$ ad una matrice $2^n \times 2^n$, che rende l'algoritmo più efficace e veloce. Matrici di dimensioni 128×128 vengono tipicamente usate per tracce FROG semplici, mentre per tracce più complicate con molte strutture sono necessarie matrici più grandi. Deve, inoltre, essere verificata la relazione di Fourier, per cui il range temporale è proporzionale alla risoluzione spettrale e il range spettrale è proporzionale alla risoluzione temporale.
- Algoritmo: si può infine eseguire l'algoritmo; l'utente può scegliere il numero di iterazioni dell'algoritmo e l'ipotesi iniziale da cui partire. Per il guess iniziale l'utente può scegliere tra un impulso casuale, un impulso gaussiano transform limited e un impulso gaussiano con fase quadratica.

Al termine delle iterazioni si ottiene in uscita un vettore complesso che descrive il campo elettrico dell'impulso nel dominio dei tempi. Da questo si possono calcolare modulo e fase del campo nel dominio temporale e nel dominio spettrale, e la traccia FROG prodotta dal campo ricostruito.

4.3 Risultati sperimentali

Analizziamo ora i risultati sperimentali che si ottengono, per mezzo dell'algoritmo sopra descritto, dalle misure presentate nel capitolo 3.

4.3.1 Misura di un impulso a 760 nm

Presentiamo per prima cosa i risultati sperimentali ottenuti dall'analisi della traccia in figura 3.1. In figura 4.3 sono rappresentate la traccia FROG misurata, la traccia FROG ricostruita dall'algoritmo e la differenza tra le due. Gli andamenti dell'intensità e della fase del campo elettrico nel dominio temporale sono riportati, rispettivamente, nelle figure 4.4 e 4.5. La durata temporale dell'impulso (FWHM) risulta essere 68.0 fs.

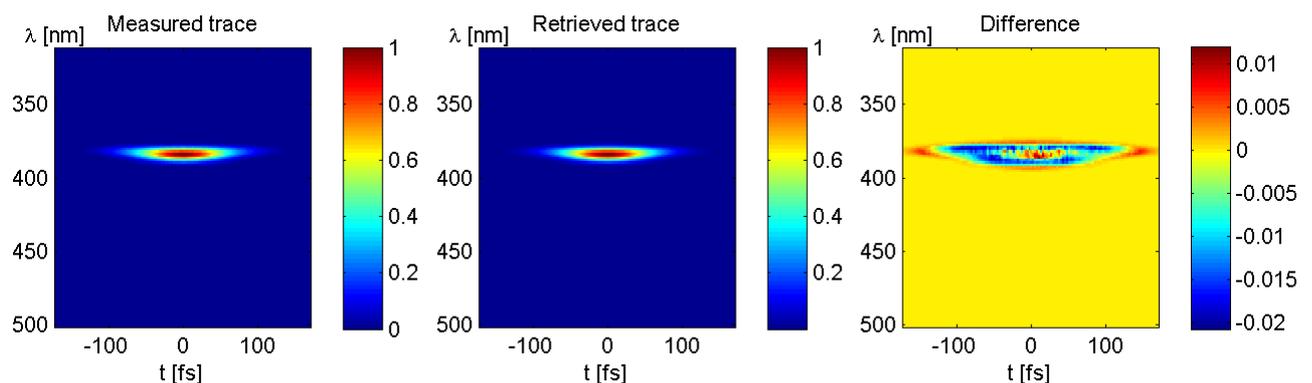


Figura 4.3: Traccia FROG misurata, traccia FROG ricostruita e differenza tra le due.

Nelle figure 4.6 e 4.7 sono rappresentati, rispettivamente, l'intensità del campo elettrico nel dominio delle frequenze, paragonata con lo spettro dell'impulso incidente misurato con uno spettrometro, e la fase spettrale.

Dalla figura 4.6 si osserva come lo spettro ottenuto dalla misura FROG è molto più stretto rispetto a quello ottenuto dallo spettrometro. Questo mostra che il BBO utilizzato non ha una larghezza di banda sufficientemente ampia per generare seconda armonica per

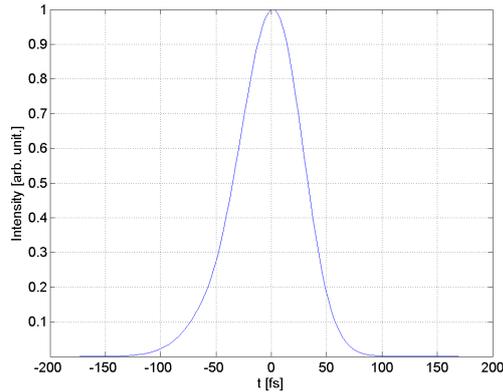


Figura 4.4: Intensità del campo elettrico nel dominio dei tempi.

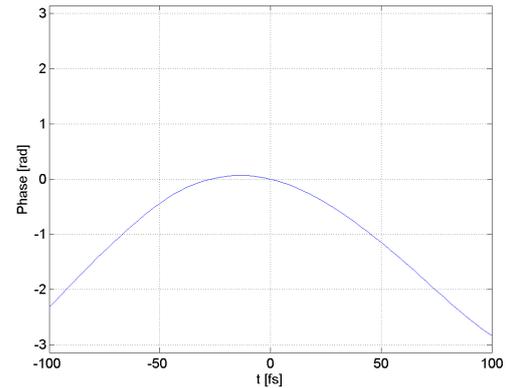


Figura 4.5: Fase del campo elettrico nel dominio dei tempi.

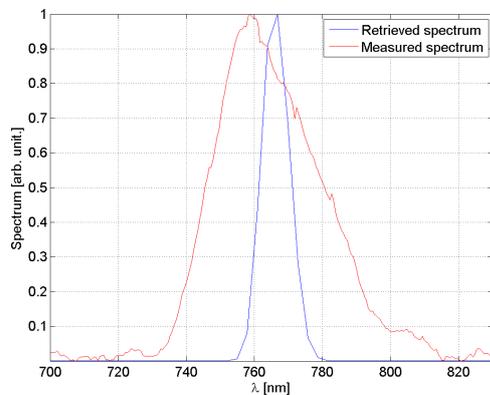


Figura 4.6: Spettro ricostruito e spettro misurato.

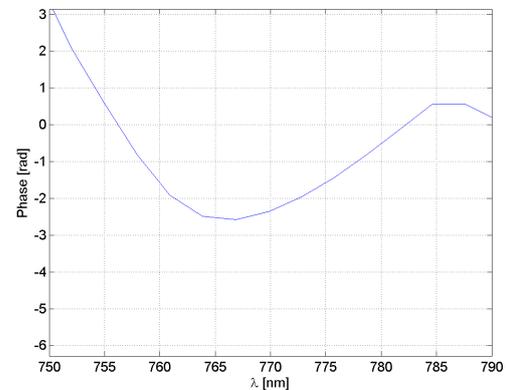


Figura 4.7: Fase spettrale del campo elettrico.

tutte le lunghezze d'onda dello spettro dell'impulso incidente e di conseguenza lo spettro ricostruito è più stretto rispetto a quello reale. Questo è dovuto al fatto che il BBO utilizzato è troppo spesso. Per risolvere questo problema il BBO verrà sostituito con uno molto sottile, di spessore di $10 \mu m$. Siccome lo spettro ricostruito ha una larghezza a metà altezza minore rispetto a quella reale, la durata dell'impulso ottenuta sarà sovrastimata. Per quanto riguarda la fase ottenuta, come si osserva anche dall'analisi di successive misure, possiamo pensare che l'andamento ricavato sia corretto nell'intervallo di lunghezze d'onda nel quale lo spettro ricostruito ha valore non nullo.

Vediamo ora come si può rimuovere l'ambiguità sulla direzione del tempo che la tecnica SHG FROG presenta. A causa di tale ambiguità, una sola misura SHG FROG su un impulso non permette di distinguere un chirp positivo da un chirp negativo. Questo vuol dire che non è possibile determinare il segno corretto per l'andamento ottenuto della fase spettrale. Eseguire una seconda misura sullo stesso impulso, dopo che questo è stato modificato in maniera nota, permette di eliminare tale ambiguità.

Confrontiamo i risultati ottenuti per l'impulso della traccia 3.1 e quello della traccia 3.2 che, a differenza del primo, ha attraversato uno spessore di $1 cm$ di vetro. Nelle immagini 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, sono rappresentati intensità e fase del campo elettrico nel dominio dei

tempi e nel dominio delle frequenze, sia per l'impulso in esame (in blu) sia per l'impulso che ha attraversato il vetro (in rosso). La figura 4.8 mostra che, dopo l'introduzione del

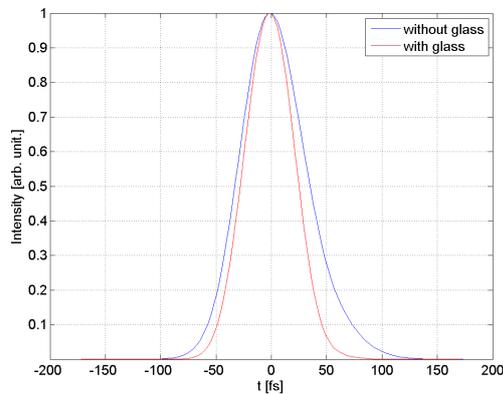


Figura 4.8: Intensità nel dominio dei tempi.

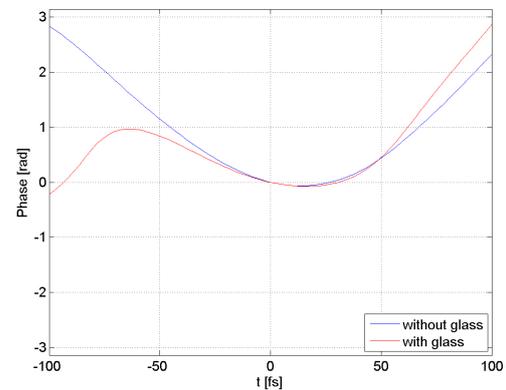


Figura 4.9: Fase temporale.

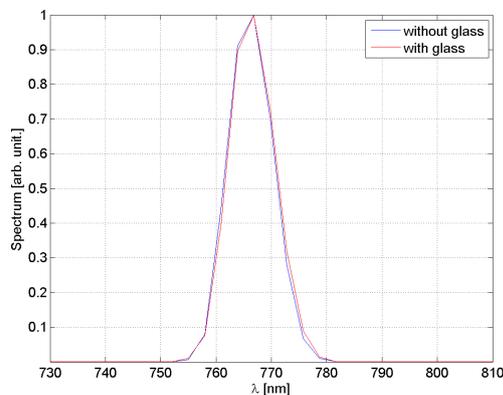


Figura 4.10: Spettro.

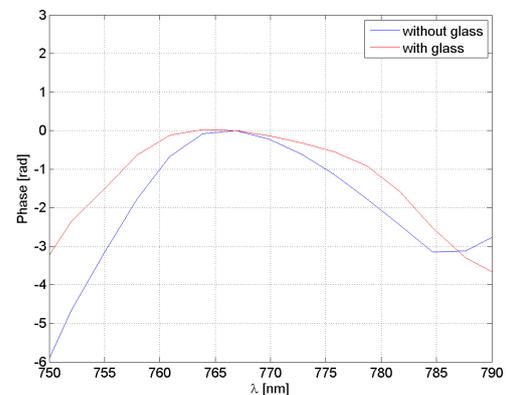


Figura 4.11: Fase spettrale.

vetri, la durata temporale dell'impulso è stata accorciata, passando da 68.0 fs a 53.2 fs . Questo vuol dire che il secondo impulso ha un chirp minore rispetto al primo e quindi la fase spettrale dell'impulso modificato è in modulo minore rispetto alla fase spettrale del primo impulso. Siccome questo è ciò che risulta dalla figura 4.11, questa analisi mostra che il segno della fase spettrale è corretto e, quindi, anche la direzione dell'asse del tempo dei grafici 4.8 e 4.9 è quella giusta. L'ambiguità sulla direzione del tempo - dovuta al fatto che le tracce SHG FROG sono simmetriche rispetto all'asse temporale - è così rimossa.

Osserviamo, infine, che dalle figure 4.10 e 4.11 risulta evidente che la misura del solo spettro di un impulso non è sufficiente a caratterizzarlo completamente; in questo caso, infatti, i due impulsi rappresentati hanno stesso spettro, ma diverse fasi spettrali.

4.3.2 Misure con compressore a due prismi

Le tracce FROG riportate nel paragrafo 3.2 vengono analizzate per mezzo dell'algoritmo Generalized Projections. Possiamo quindi confrontare gli andamenti ottenuti per il campo elettrico nei vari casi, riportati nei grafici delle figure 4.12, 4.13, 4.14.

Dal grafico 4.12 si osserva molto bene come al variare della posizione del secondo prisma del compressore, ossia per diversi valori del parametro $SCMP$, cambia l'andamento della fase spettrale. In particolare si passa da un andamento, in prima approssimazione

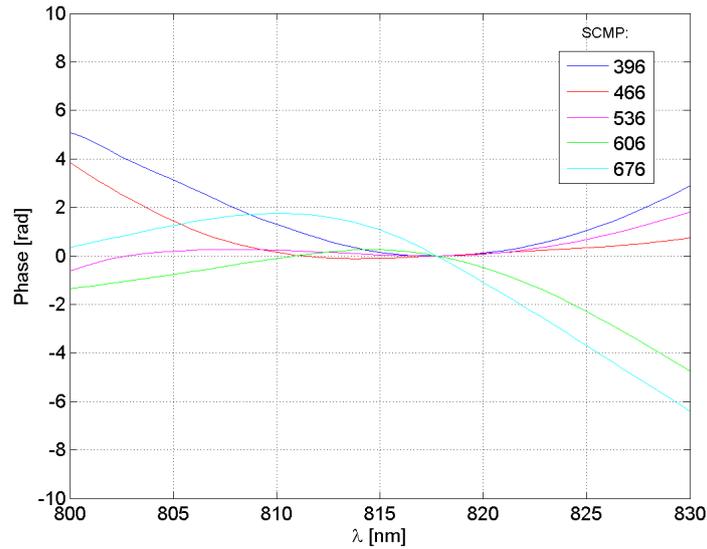


Figura 4.12: Fase spettrale.

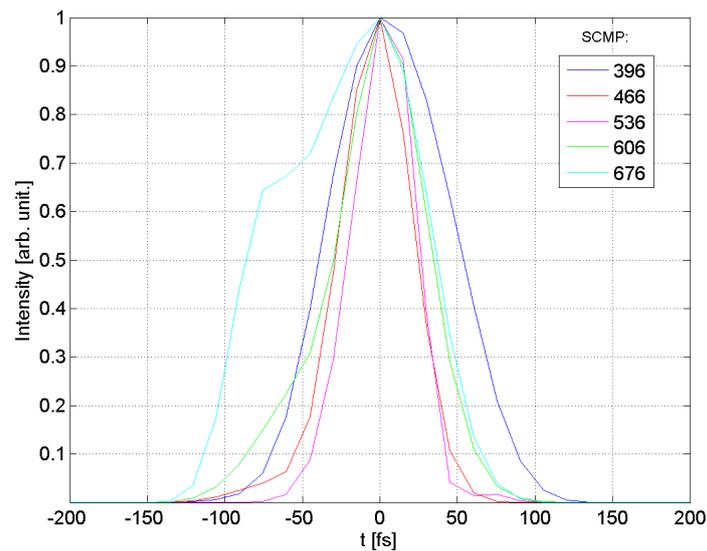


Figura 4.13: Modulo nel dominio dei tempi.

quadratico, negativo, ad una fase pressoché costante e poi ad una fase quadratica positiva. Questo mostra come, per mezzo del compressore, si possano produrre impulsi con chirp diversi e, quindi, con durate temporali diverse. Si osserva, infatti, che l'impulso con la fase spettrale più piatta è quello con la minor durata temporale. Maggiore è la fase spettrale, maggiore è la durata temporale dell'impulso.

La durata temporale dell'impulso può essere calcolata dalla larghezza a metà altezza dell'intensità del campo nel dominio dei tempi. Ricordando che la traccia FROG integrata lungo l'asse delle frequenze fornisce il segnale di autocorrelazione, possiamo stimare la durata temporale dell'impulso anche da tale segnale di autocorrelazione: ipotizzando un impulso di forma gaussiana, la stima per Δt è data dalla larghezza a metà altezza del

segnale di autocorrelazione, diviso per $\sqrt{2}$. I valori ottenuti nei due casi sono i seguenti:

$$\begin{aligned}
 \Delta t_{396}^{FROG} &= 93.8 \text{ fs}, & \Delta t_{396}^{AUTOCORR} &= 89.6 \text{ fs}, \\
 \Delta t_{466}^{FROG} &= 54.2 \text{ fs}, & \Delta t_{466}^{AUTOCORR} &= 53.2 \text{ fs}, \\
 \Delta t_{536}^{FROG} &= 48.7 \text{ fs}, & \Delta t_{536}^{AUTOCORR} &= 43.5 \text{ fs}, \\
 \Delta t_{606}^{FROG} &= 65.0 \text{ fs}, & \Delta t_{606}^{AUTOCORR} &= 69.5 \text{ fs}, \\
 \Delta t_{676}^{FROG} &= 123.6 \text{ fs}, & \Delta t_{676}^{AUTOCORR} &= 111.9 \text{ fs}.
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

Si osserva che, rispetto a quanto ottenuto dall'autocorrelatore, i valori ottenuti dal FROG sembrano sovrastimare leggermente la durata temporale dell'impulso. Questo è in accordo con quanto atteso a causa dello spessore troppo elevato del BBO.

Sapendo che all'aumentare del parametro *SCMP* aumenta la quantità di vetro attraversata dal fascio, in maniera analoga a quanto fatto nel paragrafo precedente, si può eliminare l'ambiguità sulla direzione del tempo. In particolare si osserva che il segno della fase spettrale e quindi la direzione dell'asse dei tempi sono opposte rispetto a quanto rappresentato.

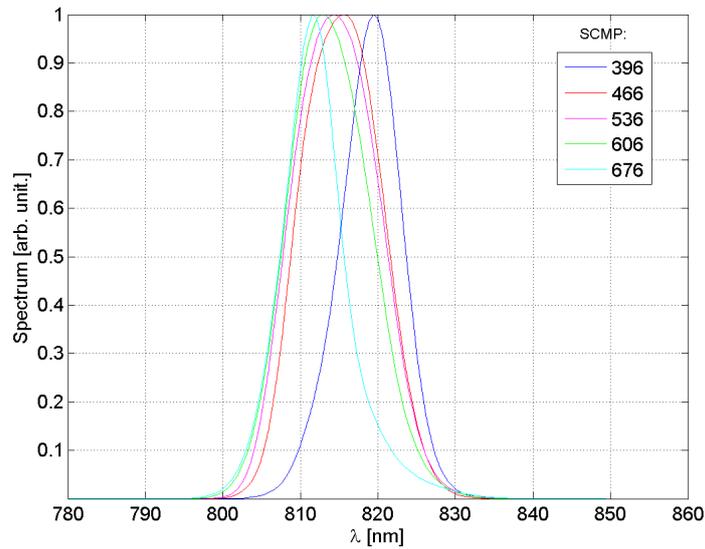


Figura 4.14: Spettro.

Lo spettro ricostruito per i 5 impulsi è rappresentato in figura 4.14; gli andamenti ottenuti sono leggermente diversi tra loro e questo è probabilmente dovuto al BBO utilizzato che, come già osservato, è troppo spesso per eseguire una misura accurata. La sostituzione del BBO con uno più sottile permetterà sicuramente di migliorare la ricostruzione del campo elettrico dell'impulso a partire dalla traccia FROG misurata.

4.3.3 Misure con pulse shaper

Analizziamo infine i risultati ottenuti dalle misure eseguite con il pulse shaper SLM.

Fasi quadratiche

Le misure nelle figure 3.9-3.12 sono state eseguite dando in input all'SLM una fase quadratica in funzione della frequenza ν , ossia del tipo $A(\nu - \nu_0)^2$, con diversi valori per

il coefficiente A . I campi elettrici in funzione del tempo e in funzione della lunghezza d'onda, ottenuti nei 4 casi, sono riportati di seguito.

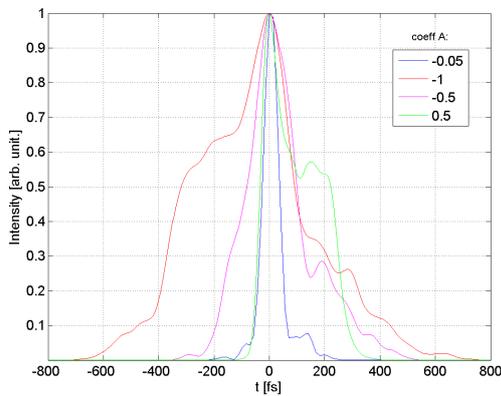


Figura 4.15: Intensità del campo elettrico nel dominio dei tempi.

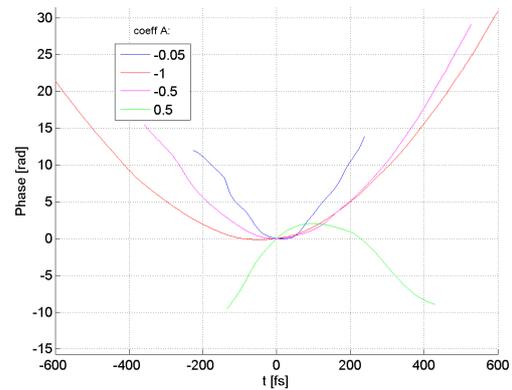


Figura 4.16: Fase del campo elettrico nel dominio dei tempi.

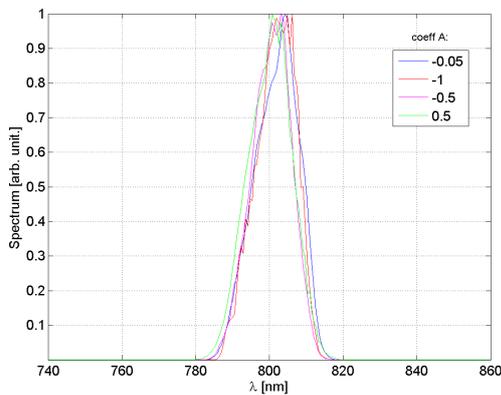


Figura 4.17: Spettro.

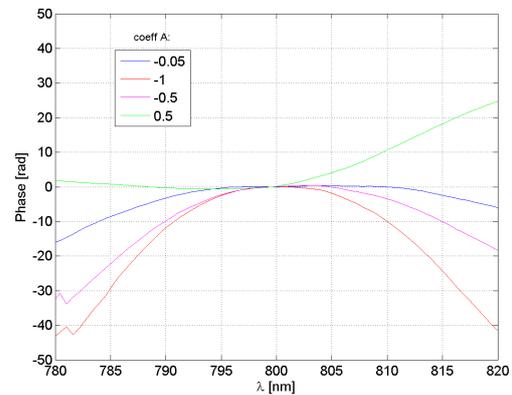


Figura 4.18: Fase spettrale.

Si osserva che l'andamento della fase spettrale rispecchia quello inserito sul pulse shaper per i 4 diversi coefficienti. L'ampiezza di tali andamenti non corrisponde perfettamente a quanto inserito sull'SLM perchè non è stato tenuto conto della presenza di elementi ottici dopo all'SLM che modificano leggermente l'impulso prima che questo entri nel FROG.

Anche in questo caso si osserva bene come l'andamento della fase spettrale modifica la durata temporale dell'impulso (tanto più è grande la fase spettrale tanto più è lungo l'impulso), mentre lo spettro è lo stesso per tutte le diverse fasi del campo.

Fasi casuali

Riportiamo di seguito le tracce FROG ricostruite (figure 4.19 e 4.23) e i risultati ottenuti per le misure realizzate con impulsi sui quali è stata inserita una modulazione di fase causale per mezzo dell'SLM.

Vista la maggiore complessità delle tracce FROG misurate in questo caso rispetto alle precedenti, l'analisi richiede di cominciare l'algoritmo da un'ipotesi iniziale casuale e di aumentare il numero di iterazioni da qualche centinaio a 1000. Dalla differenza tra la traccia FROG misurata e quella ricostruita si osserva che l'algoritmo presenta delle difficoltà di convergenza nel caso si tracce FROG complesse, che presentano molte

sottostrutture, come nel caso di modulazione di fase casuale in figura 4.23. Nonostante questo, però, l'algoritmo riesce comunque a ricavare piuttosto bene l'andamento della fase spettrale che, come si vede dalle figure 4.20-4.21 e 4.24-4.25, riproduce quello introdotto con l'SLM. Una miglioria che può essere apportata all'algoritmo è aggiungere la possibilità di fornire all'algoritmo come ipotesi iniziale un campo elettrico con fase spettrale che coincide con quella inserita nel pulse shaper. In questo modo la convergenza dell'algoritmo sarebbe più facile e la ricostruzione del campo elettrico più accurata. Nelle figure 4.22 e 4.26 sono riportati gli andamenti dell'intensità del campo nel dominio dei tempi. A differenza degli impulsi analizzati in precedenza, si osservano in questi casi forme d'onda piuttosto complesse.

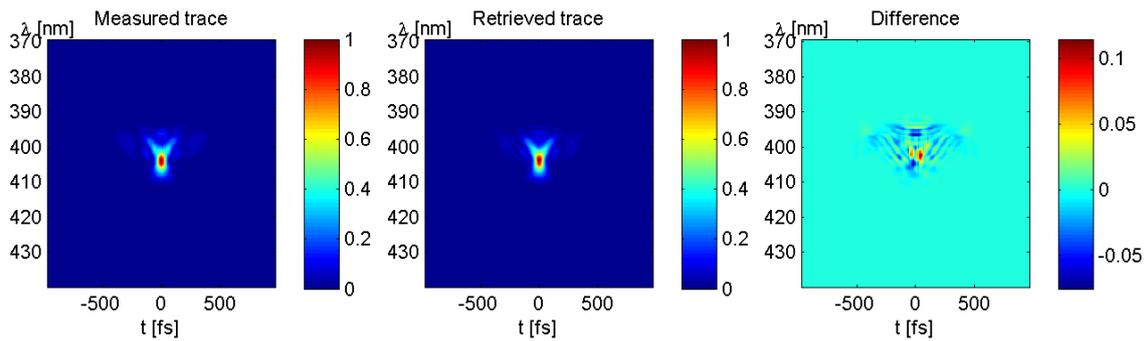


Figura 4.19: Ricostruzione della traccia FROG di un impulso con modulazione casuale di metà fase spettrale.

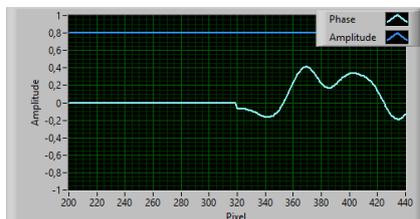


Figura 4.20: Fase spettrale inserita per mezzo del pulse shaper.

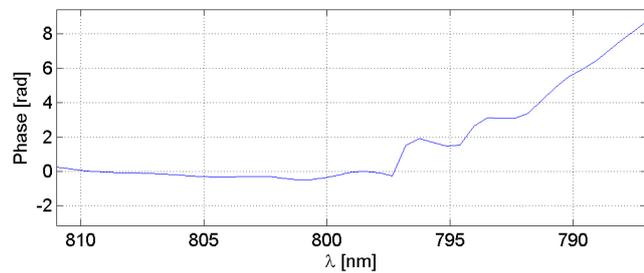


Figura 4.21: Fase spettrale ricostruita.

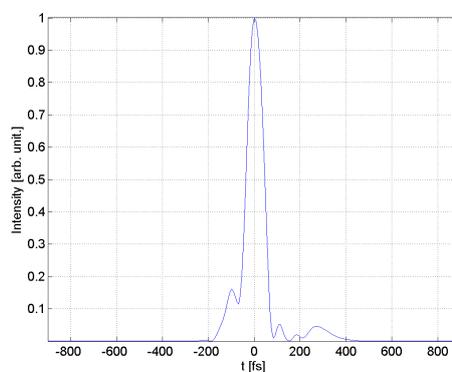


Figura 4.22: Intensità del campo elettrico nel dominio dei tempi di un impulso ultracorto con modulazione casuale di metà fase spettrale.

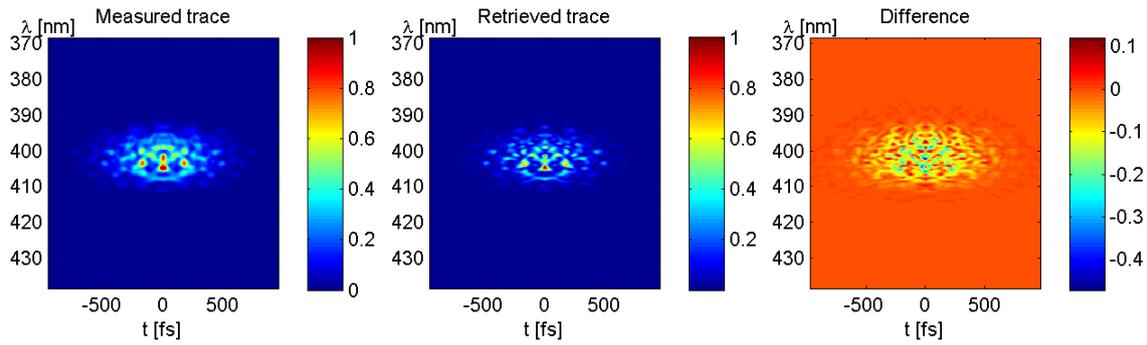


Figura 4.23: Ricostruzione della traccia FROG di un impulso con modulazione di fase casuale.

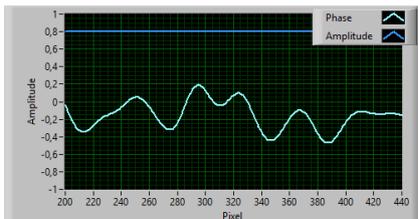


Figura 4.24: Fase spettrale inserita per mezzo del pulse shaper.

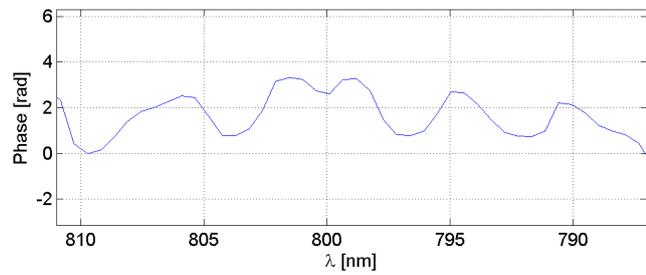


Figura 4.25: Fase spettrale ricostruita.

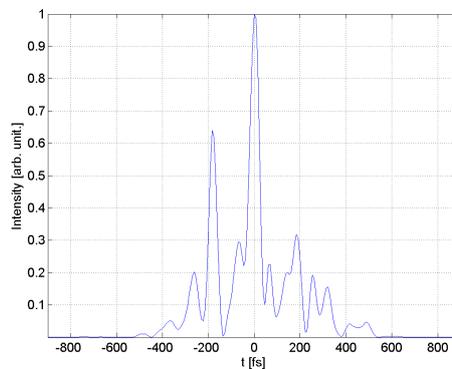


Figura 4.26: Intensità del campo elettrico nel dominio dei tempi di un impulso ultracorto con modulazione casuale della fase spettrale.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato realizzato uno strumento per misurare impulsi di luce ultracorti per mezzo della tecnica del Frequency Resolved Optical Gating. E' stato costruito l'apparato sperimentale, sviluppato il software per l'acquisizione dei dati ed elaborato l'algoritmo che permette di ricostruire il campo elettrico di un impulso ultracorto. Sono state eseguite poi diverse misure per testare sia il setup sia l'algoritmo.

Le misure sperimentali effettuate hanno fornito buoni risultati. Si è riusciti, infatti, a caratterizzare sia impulsi semplici sia impulsi dalla struttura più complessa. Restano ancora delle aree di miglioramento. In particolare, per quanto riguarda l'apparato sperimentale, il BBO utilizzato dovrà essere sostituito con uno più sottile; quello finora utilizzato non ha una sufficiente larghezza di banda e non permette una buona ricostruzione dello spettro. Per quanto riguarda l'algoritmo, sarebbe molto utile introdurre la possibilità di scegliere tra diversi andamenti per l'ipotesi iniziale del campo elettrico da cui cominciare l'algoritmo. Oltre alle funzioni gaussiana e casuale ora presenti, la possibilità di inserire uno spettro misurato con uno spettrometro o una fase spettrale, che sia essa un polinomio caratterizzato da coefficienti che possono essere scelti dall'utente o quella introdotta sull'impulso per mezzo di un pulse shaper, renderebbe l'algoritmo più veloce ed efficace.

Già allo stato attuale comunque, il FROG costruito costituisce un prezioso strumento di diagnostica per gli esperimenti che utilizzano impulsi laser ultracorti, di cui permette una completa caratterizzazione.

Bibliografia

- [1] R. Trebino, K. W. DeLong, D. N. Fittinghoff, J. N. Sweetser, M. A. Krumbügel, B. A. Richman, D. J. Kane, "Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating", *Rev. Sci. Instrum.* (1997).
- [2] M. Fox, *Quantum optics: an introduction*, Oxford University Press (2006).
- [3] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Academic Press, terza edizione (2008).
- [4] R. Trebino, *Frequency-Resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses*, Kluwer Academic Publishers (2000).
- [5] J. Diels, W. Rudolf, *Ultrashort Laser Pulse Phenomena. Fundamentals, Techniques, and Applications on a Femtosecond Time Scale*, Academic Press, seconda edizione (2006).
- [6] R. Trebino, D. J. Kane, "Using Phase Retrieval to Measure the Intensity and Phase of Ultrashort Pulses: Frequency-Resolved Optical Gating", *J. Opt. Soc. Amer. A* 10, 1101-1111 (1993).
- [7] K. W. DeLong, D. N. Fittinghoff, R. Trebino, B. Kohler, K. Wilson, "Pulse Retrieval in Frequency-Resolved Optical Gating Based on the Method of Generalized Projections", *Opt. Lett.* 19, 2152-2154 (1994).
- [8] K. W. DeLong, R. Trebino, J. Hunter, W. E. White, "Frequency-Resolved Optical Gating With the Use of Second-Harmonic Generation", *J. Opt. Soc. Amer. B* 11, 2206-2215 (1994).
- [9] A. M. Weiner, "Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators", *Rev. Sci. Instrum.* (2000).
- [10] <http://frog.gatech.edu/code.html>.